

Diskrete Verteilungen:

$\text{Bin}(n, p)$: Anzahl Erfolge aus n Versuchen $\text{Be}(p) = \text{Bin}(1, p)$ $\text{Po}(\lambda)$: Anzahl Ereignisse pro Zeiteinheit $\text{Ge}(p)$: Anzahl Versuche bis 1. Erfolg
mehr Infos / Einführung zu Verteilungen (erkennen) → siehe Playlist-Video!

$$\text{Be}(p): \quad E(X) = p, \quad V(X) = p(1-p) \quad P(X = k) = p^k(1-p)^{1-k} \quad k \in \{0, 1\}$$

$$\text{Bin}(n, p): \quad E(X) = np, \quad V(X) = np(1-p) \quad P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad 0 \leq k \leq n$$

$$\text{Po}(\lambda): \quad E(X) = \lambda, \quad V(X) = \lambda \quad P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad k \geq 0$$

$$\text{Ge}(p): \quad E(X) = \frac{1}{p}, \quad V(X) = \frac{(1-p)}{p^2} \quad P(X = k) = p(1-p)^{k-1}, \quad k \geq 1$$

$P(X \geq k) = P(X > k-1) = (1-p)^{k-1}$
 Sonderfall nur für $\text{Ge}(p)$!

Stetige Verteilungen:

$\text{Exp}(\lambda)$: Dauer bis zu einem Ereignis

$U[a, b]$: (Warte-)Zeit aus gegebenem Zeitintervall $[a, b]$

$$U[a, b]: \quad E(X) = \frac{a+b}{2}, \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 1, & x > b \end{cases}$$

$$\text{Exp}(\lambda): \quad E(X) = \frac{1}{\lambda}, \quad V(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2): \quad E(X) = \mu, \quad V(X) = \sigma^2 \quad \text{Z-Transformation} \rightarrow \mathcal{N}(0, 1)\text{-Tabelle}$$

$$\mathcal{N}(0, 1): \quad E(X) = 0, \quad V(X) = 1 \quad \Phi(x) = F(x) \rightarrow \mathcal{N}(0, 1)\text{-Tabelle}$$

$$\mathbf{t}_n: \quad E(X) = 0, \quad V(X) = \frac{n}{n-2} \quad F(x) \rightarrow t_n\text{-Tabelle}$$

$$\mathbf{F}_{m,n}: \quad E(X) = \frac{n}{n-2}, \quad V(X) = \frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)} \quad F(x) \rightarrow F_{m,n}\text{-Tabelle}$$

$$\chi_n^2: \quad E(X) = n, \quad V(X) = 2n \quad F(x) \rightarrow \chi_n^2\text{-Tabelle}$$

Ausführlichere Infos zu den Verteilungen: Skript Kapitel 6: Verteilungen (Lesen/überfliegen!!!)

z.B. verschiedene Zusammenhänge (zwischen Verteilungen) wie die Definitionen der Chi-quadrat Verteilung:

$$(X_i) \text{ iid } \mathcal{N}(0, 1) \rightarrow Y := \sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi_n^2 \quad \text{mit } E(Y) = n, \quad V(Y) = 2n.$$

$$(X_i) \text{ iid } \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \rightarrow Y := \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi_n^2 \quad \text{mit } E(Y) = n, \quad V(Y) = 2n.$$

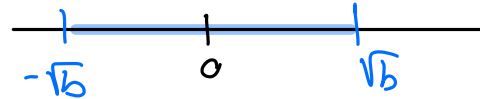
$$\text{Falls } \bar{x} \text{ anstelle } \mu \rightarrow Z := \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{x})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \quad \text{mit } E(Z) = n-1 \quad V(Z) = 2(n-1)$$

$$\text{Nützliche allg. Z'vble: } X = \text{"Augenzahl"} \quad E(X) = 3.5, \quad V(X) = \frac{35}{12} \quad P(X = k) = \frac{1}{6}, \quad k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Von X^2 oder $|X|$ zu X :

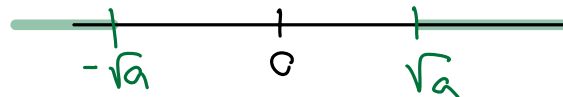
• $X^2 < b \Rightarrow -\sqrt{b} < X < +\sqrt{b}$

$X^2 < b$ oder $|X| < \sqrt{b}$



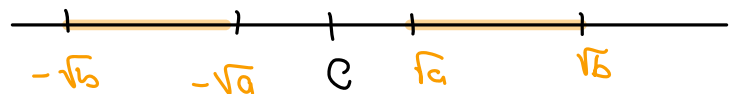
• $X^2 > a \Rightarrow X < -\sqrt{a}$ und $X > +\sqrt{a}$

$X^2 > a$ oder $|X| > \sqrt{a}$



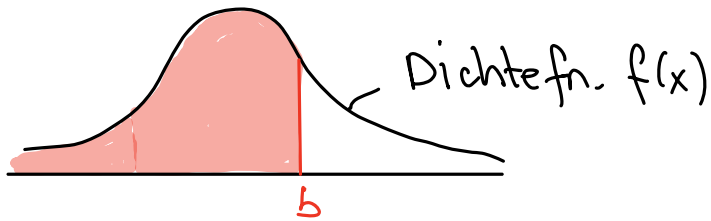
$$\begin{array}{c} a < X^2 < b \\ \swarrow \quad \searrow \\ -r \quad +r \\ -\sqrt{b} < X < -\sqrt{a} \quad \text{oder} \quad \sqrt{a} < X < \sqrt{b} \end{array}$$

$a < X^2 < b$



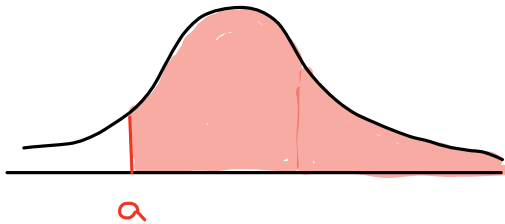
bei stetigen Z'Vblen: Von $P(\dots)$ zu $F(\dots)$

Fall 1: $P(X \leq b) = F(b)$

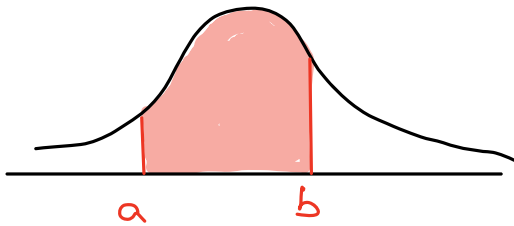


Per Definition immer
 $F(\dots) = P(X \leq \dots)$

Fall 2: $P(a < X) \stackrel{\text{Gegenw.keit}}{=} 1 - P(X \leq a) \stackrel{\text{Def}}{=} 1 - F(a)$



Fall 3: $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$



bei diskrete Z'Vblen: via $P(X=k)$

Nur einzelne Werte möglich, d.h. immer überlegen welche Fälle $X \geq a$, $X \leq b$, $a \leq X \leq b$ möglich sind und die

W'keiten für alle möglichen Zahlen einzelne ausrechnen!
mit $P(X=k)$

Gegenw'keit ev. hilfreich, um weniger Arbeit zu haben

Median berechnen

Fall 1: allgemeine diskrete Zufallsgrösse

diskrete Verteilung als Tabelle angeben:

ab welchem x_i gilt erstmals: $F(x_i) = \sum p_i > 0.5$

Bsp.:

x_i	-1	1	2	5
p_i	0.1	0.1	0.5	0.3

$$P(X=-1) = 0.1 < 0.5 \Rightarrow P(X=-1) + P(X=1) = 0.2 < 0.5$$

$$\Rightarrow P(X=-1) + P(X=1) + P(X=2) = 0.7 > 0.5 \quad \checkmark$$

Median von X ist 2

Falls $F(x_i) = \sum p_i = 0.5$

Median = Durchschnitt von diesem und nächstgrösserem x_i

Bsp.:

x_i	-1	1	2	5
p_i	0.1	0.1	0.3	0.5

$$F(2) = 0.5 \rightarrow \text{Median} = \frac{2+5}{2} = \underline{\underline{3.5}}$$

Fall 2: bekannte diskrete Zufallsgrösse

$X \sim$ bekannte Verteilung $\rightarrow$ Tabelle $\frac{x_i}{p_i}$ und wie allg. disk.

Bsp.: $X \sim P_0(0.7) \rightarrow$

x_i	0	1	2 ...
p_i	0.4966	0.3476	nicht mehr nötig

$$\sum p_i: 0.4966 \quad 0.8442$$

$$< 0.5 \quad \geq 0.5 \checkmark \rightarrow m=1$$

Fall 3: allgemeine stetige Zufallsgrösse

$$P(X \leq m) = F(m) \stackrel{!}{=} 0.5$$

Bsp.:
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ -x^2 + 4x - 3 & 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$$

$$-x^2 + 4x - 3 = 0.5$$

TR

$$x_1 = 1.29 \in [1, 2] \checkmark$$

$$x_2 = 2.7 \notin [1, 2]$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\text{Median} = 1.29}}$$

Fall 4: bekannte stetige Zufallsgrösse X

$$X \sim U[0, b] \rightarrow m = \frac{a+b}{2}$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow m = \mu$$

$$X \sim \exp(\lambda) \rightarrow m = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

$$X \sim N(0, 1) \rightarrow m = 0$$

$$X \sim t_n \rightarrow m = 0$$

Fall 5: für $Y = f(X)$ mit X bekannte Verteilung

- Falls $f(X)$ eine streng monotone Funktion: — für die möglichen X-Werte (Bsp. $\exp(X) \Rightarrow X \geq 0$)

$$\text{Median von } Y \rightarrow m_y = f(m_x) \text{ mit } m_x = \text{Median von } X$$

Bsp.: $X \sim \exp(2)$. Median von $X^3 + 1$?

$$\Downarrow \\ m_x = \frac{\ln(2)}{2}$$

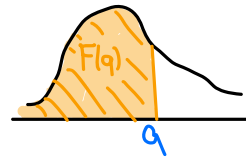
$$\rightarrow \text{Median von } Y = (X)^3 + 1: m_y = (m_x)^3 + 1 = \left(\frac{\ln(2)}{2}\right)^3 + 1 \stackrel{\text{TR}}{\approx} \underline{\underline{1.0416}}$$

- Falls $f(X)$ nicht streng monoton ist: (aber X bekannte Vert.)

von Hand $P(Y \leq m) = P(\dots \leq m) \stackrel{!}{=} 0.5$ via X (auflösen)
und dessen bekannten Median nutzen

Realisationen
" einer Z'Vble
Stichprobe / Daten
n Z'vblen X_i

einzelne W'keiten
oder $f(x)$
 $P(X=x)$



$$F(q) = P(X \leq q)$$

p-Quantil $\hat{=}$ CV
 $q_p = F^{-1}(p)$

Aufpassen!

$B(n, p)$
-binom

$r \text{ binom}(n, \text{size}, \text{prob})$

$d \text{ binom}(x, \text{size}, \text{prob})$

$p \text{ binom}(q, \text{size}, \text{prob})$

$q \text{ binom}(p, \text{size}, \text{prob})$

$Be(p)$
-binom

$r \text{ binom}(n, 1, \text{prob})$

$d \text{ binom}(x, 1, \text{prob})$

$p \text{ binom}(q, 1, \text{prob})$

$q \text{ binom}(p, 1, \text{prob})$

$Po(\lambda)$
-pois

$r \text{ pois}(n, \text{lambda})$

$d \text{ pois}(x, \text{lambda})$

$p \text{ pois}(q, \text{lambda})$

$q \text{ pois}(p, \text{lambda})$

$Ge(p)$
-geom

$r \text{ geom}(n, \text{prob})$

$d \text{ geom}(x, \text{prob})$
 $\uparrow = k-1$

$p \text{ geom}(q, \text{prob})$
 $\uparrow = k-1$

$q \text{ geom}(p, \text{prob})$

$U[a, b]$
-unif

$r \text{ unif}(n, \text{min}, \text{max})$

$d \text{ unif}(x, \text{min}, \text{max})$

$p \text{ unif}(q, \text{min}, \text{max})$

$q \text{ unif}(p, \text{min}, \text{max})$

$Exp(\lambda)$
-exp

$r \text{ exp}(n, \text{lambda})$

$d \text{ exp}(x, \text{lambda})$

$p \text{ exp}(q, \text{lambda})$

$q \text{ exp}(p, \text{lambda})$

$N(\mu, \sigma)$
-norm

$r \text{ norm}(n, \text{mean}, \text{sd})$

$d \text{ norm}(x, \text{mean}, \text{sd})$

$p \text{ norm}(q, \text{mean}, \text{sd})$

$q \text{ norm}(p, \text{mean}, \text{sd})$

t_n
-t

$r \text{ t}(n, \text{df})$

$d \text{ t}(x, \text{df})$

$p \text{ t}(q, \text{df})$

$q \text{ t}(p, \text{df})$

$F_{m, n}$
-f

$r \text{ f}(n, \text{df1}, \text{df2})$

$d \text{ f}(x, \text{df1}, \text{df2})$

$p \text{ f}(q, \text{df1}, \text{df2})$

$q \text{ f}(p, \text{df1}, \text{df2})$

χ_n^2
-chisq

$r \text{ chisq}(n, \text{df})$

$d \text{ chisq}(x, \text{df})$

$p \text{ chisq}(q, \text{df})$

$q \text{ chisq}(p, \text{df})$

Hypothesentests

① Hypothesen aufstellen

$$H_0: \mu = \mu_0 \\ p = p_0$$

$$H_1: \mu > \mu_0 \\ p \neq p_0$$

② Teststatistik-Wert berechnen

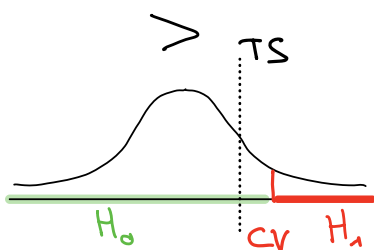
$$\frac{\text{Schätzer} - \text{H}_0\text{-Wert}}{\text{Standardfehler}}$$

③ Kritischer Wert in Tabelle ablesen (CV)

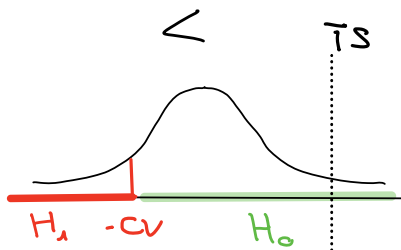
Tabellen auf den letzten Seiten

④ Testentscheid (vergleiche Teststatistikwert mit dem CV)

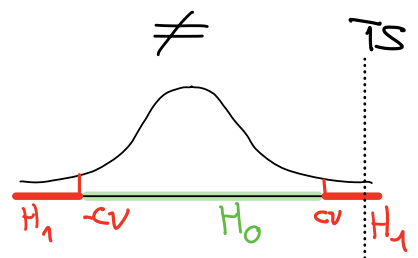
1-seitig nach rechts



1-seitig nach links



2-seitig



Luchsingers Kochbuchrezept:

- ① Hypothesen aufstellen
- ② α und (wenn möglich) n wählen
- ③ gute Teststatistik = Formel wählen
- ④ Verteilung der Teststatistik unter H_0
- ⑤ Kritischer Wert bestimmen
- ⑥ Daten brauchen = TS-Wert berechnen / Zahlen einsetzen
- ⑦ H_0 annehmen oder ablehnen

Daten $\sim N(\mu, \sigma^2)$

Daten $\sim \text{Bin}(n, p)$

aber $n > 30$
 $\rightarrow$ CLT

t-Test (für μ "Mittelwert" "Durchschnitt")

Test auf Proportionen (für p "Anteils-Test")

1

Stich-
probe

① $H_0: \mu \begin{matrix} \leq \\ = \\ \geq \end{matrix} \mu_0 \quad H_1: \mu \begin{matrix} > \\ < \\ \neq \end{matrix} \mu_0$
 (1-seitig / 2-seitig)

② $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)} \stackrel{H_0}{\sim} t_{df} \quad df = n-1$

③ $CV = t_{n-1, \alpha}$
 1-seitig $\rightarrow$ unten
 2-seitig $\rightarrow$ oben
 in der T-Tabelle

Falls σ gegeben $\rightarrow N(0,1)$ -Verteilung / Werte

① $H_0: p \begin{matrix} \leq \\ = \\ \geq \end{matrix} p_0 \quad H_1: p \begin{matrix} > \\ < \\ \neq \end{matrix} p_0$
 (1-seitig / 2-seitig)

② $\frac{\frac{k}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0,1)$
 $\hat{p} = \frac{k}{n}$

③ $CV = t_{\infty, \alpha}$
 1-seitig $\rightarrow$ unten
 2-seitig $\rightarrow$ oben

2

Stich-
proben

① $H_0: \mu_x - \mu_y \begin{matrix} \leq \\ = \\ \geq \end{matrix} 0 \quad H_1: \mu_x - \mu_y \begin{matrix} > \\ < \\ \neq \end{matrix} 0$
 (1-seitig / 2-seitig)

② $\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - \mu_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \cdot \left(\frac{SS_{xx} + SS_{yy}}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \stackrel{H_0}{\sim} t_{df} \quad df = n_1 + n_2 - 2$
 $\left(\frac{(n_1-1) \cdot s_x^2 + (n_2-1) \cdot s_y^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)$

③ $CV = t_{n_1 + n_2 - 2, \alpha}$
 1-seitig $\rightarrow$ unten
 2-seitig $\rightarrow$ oben

① $H_0: p_2 - p_1 \begin{matrix} \leq \\ = \\ \geq \end{matrix} 0 \quad H_1: p_2 - p_1 \begin{matrix} > \\ < \\ \neq \end{matrix} 0$
 (1-seitig / 2-seitig)

② $\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0,1)$
 $\hat{p}_1 = \frac{k_1}{n_1} \quad \hat{p}_2 = \frac{k_2}{n_2}$

③ $CV = t_{\infty, \alpha}$
 1-seitig $\rightarrow$ unten
 2-seitig $\rightarrow$ oben

④ H_0 verwerfen und H_1 annehmen falls:

einseitig positiv ($>$)

einseitig negativ ($<$)

zweiseitig ($\neq$)

TS-Wert $\geq CV$

TS-Wert $\leq -CV$

oder
 TS-Wert $\leq -CV$
 TS-Wert $\geq CV$

$\rightarrow H_0$ verwerfen, H_1 annehmen

$\rightarrow H_0$ verwerfen, H_1 annehmen

$|TS\text{-Wert}| \geq CV$

KI für μ ("Mittelwert" "Durchschnitt")

KI für p ("Anteil, Erfolgsw'keit")

1

Stich-
probe

$$\left[\bar{x} - CV \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + CV \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

$$CV = t_{n-1, \alpha}$$

Freiheitsgrade (oben)

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot SS_{xx}}$$

$\hat{G}$

Falls G gegeben $\rightarrow N(0,1)$ -Verteilung / Werte

$$\left[\hat{p} - CV \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + CV \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

$$\hat{p} = \frac{k}{n}$$

$$CV = t_{\infty, \alpha}$$

(oben)

Bem.

Die letzte Zeile in der t-Tabelle bei $df = \infty$ sind $N(0,1)$ -Werte

2

Stich-
proben

$$\left[(\bar{x} - \bar{y}) \pm CV \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \cdot \frac{SS_{xx} + SS_{yy}}{n_1 + n_2 - 2}} \right]$$

$$CV = t_{n_1 + n_2 - 2, \alpha}$$

(oben)

$$\frac{SS_{xx} + SS_{yy}}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(n_1 - 1) \cdot s_x^2 + (n_2 - 1) \cdot s_y^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\left[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm CV \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \right]$$

$$\hat{p}_1 = \frac{k_1}{n_1}, \hat{p}_2 = \frac{k_2}{n_2}$$

$$CV = t_{\infty, \alpha}$$

(oben)

In R-Code: $s^2 = \text{var}()$

$$SS_{xx} = (n_1 - 1) \cdot \text{var}(x)$$

$$SS_{yy} = (n_2 - 1) \cdot \text{var}(y)$$

$\bar{x} = \text{mean}(\dots)$
x-Stichprobe

$N(0,1)$ -Tabelle für CV

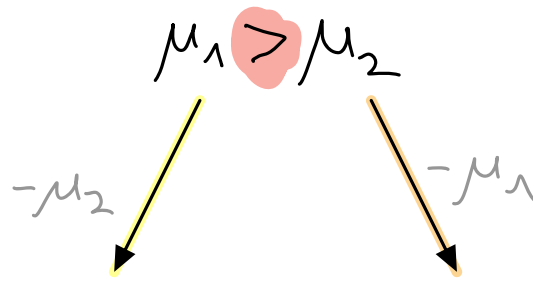
für Anteils-Tests / KI

Aber via t_{∞} einfacher

$t_{\infty} \hat{=} N(0,1)$ -Tabelle / Werte

2-seitiger Test: egal welche Differenz

.... Sie vermuten, der Mittelwert der 1. Gruppe ist grösser als der Mittelwert der 2. Gruppe ...



- $\mu_1 - \mu_2 > 0$

(rechtsseitiger Test)

- $0 > \mu_2 - \mu_1 \leftrightarrow \mu_2 - \mu_1 < 0$

(linksseitiger Test)

- TS: $\frac{\mu_1 - \mu_2 - 0}{\text{Std. error}}$

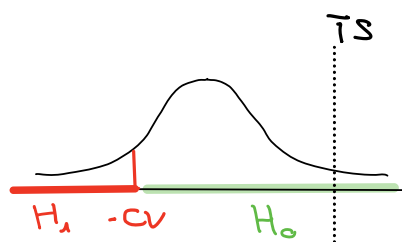
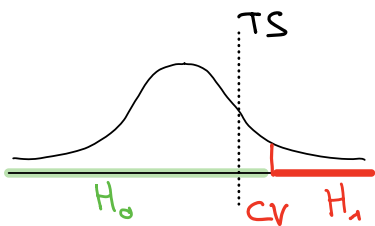
- TS: $\frac{\mu_2 - \mu_1 - 0}{\text{Std. error}}$

- Testentscheid:

- Testentscheid:

$TS \geq CV \rightarrow H_0 \text{ verwerfen, } H_1 \text{ annehmen}$

$TS \leq -CV \rightarrow H_0 \text{ verwerfen, } H_1 \text{ annehmen}$



Bsp. Konfidenzintervall (für Differenz) :

$[-1, 2]$

vs

$[-2, 1]$

Stichprobengröße bestimmen für KI-Länge l

- KI für μ : (t-Test)

$$n \geq \left(\frac{2 \cdot CV \cdot s}{l} \right)^2$$

- KI für p :
(Proportionen / Anteilstest)

$$n \geq \left(\frac{CV}{l} \right)^2$$

$$CV = t_{\infty, \alpha_{\text{oben}}} \\ \parallel \\ z_{1-\alpha/2} \text{ aus } N(0,1)$$

Anova / Varianzanalyse:

falls wir 2 oder mehr Stichproben / Gruppen haben, deren Mittelwerte wir vergleichen wollen

① Hypothesen (für einen Anova-Hypothesentest)

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \quad (\text{alle Mittelwerte sind gleich})$$

$$H_1: \exists i \neq j \in \{1, 2, \dots, k\} \text{ mit } \mu_i \neq \mu_j$$

(Mindestens zwei Mittelwerte/Erwartungswerte sind verschieden)

k = Anz. Stichproben / Gruppen

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

② Teststatistik

$$V = \frac{MSG}{MSE} = \frac{\left(\frac{SS_G}{k-1}\right)}{\left(\frac{SS_E}{n-k}\right)} \sim F_{\substack{k-1, n-k \\ \text{Zähler-df} \quad \text{Nenner-df}}}$$

$$\text{③ kritischer Wert: } \alpha = 0.05 \quad CV = F_{\substack{k-1, n-k \\ \text{Zähler-df} \quad \text{Nenner-df}}}$$

④ Testentscheid

$$V \geq CV \Rightarrow H_0 \text{ verwerfen und } H_1 \text{ annehmen}$$

Benötigte Infos (indirekt geben):

$$MS_G = \frac{1}{k-1} \cdot \underbrace{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2}_{SS_G} = \frac{SS_G}{k-1}$$

$$MS_E = \frac{1}{n-k} \cdot \underbrace{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \bar{y}_{\cdot j})^2}_{SS_E} = \frac{SS_E}{n-k}$$

Fundi Anova:

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2 + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \bar{y}_{\cdot j})^2$$

Call:

aov(formula = silver ~ group, data = sites)

Terms:

	SS_G	group	Residuals	SS_E
Sum of Squares	0.0008889		1.6080000	
Deg. of Freedom	1		7	
	$k-1$		$n-k$	

Residual standard error: 0.4792852

Estimated effects may be unbalanced

>

>

> summary(analyse)

	SS_G	$MS_G = \frac{SS_G}{k-1}$			
group	1	0.0009	0.00089	0.004	0.952
Residuals	7	1.6080	0.22971		
	$n-k$				

$$MS_E = \frac{SS_E}{n-k} \quad \text{and} \quad F = \frac{MS_G}{MS_E}$$

Lineare Regression

Modell: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_i + \epsilon_i$ $\epsilon_i \sim \text{iid } N(0, \sigma^2)$

Regressionsgerade

- Regressionsgerade schätzen: $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x_i$

Schätzer Steigung: $\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2}$

Schätzer y-Achsenabschnitt: $\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \cdot \bar{x}$

- Hypothesen testen (t-Test)

① Hypothesen

off 0 für "kein Zusammenhang zw. Y und X $\hat{=}$ Steigung 0"

$$H_0: \beta_1 = b$$

$$H_1: \beta_1 \begin{matrix} > \\ < \\ \neq \end{matrix} b$$

② Teststatistik-Wert

$t_{\text{value}} = \frac{\hat{\beta}_1 - b}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{SS_{xx}}}}$ Wert bei H_0 $= \frac{\text{estimate} - b}{\text{Std. error}}$ $\overset{H_0}{\sim} t_{n-2}$

③ Kritischer Wert: $CV = t_{n-2, \alpha}$

④ Testentscheid (analog zu z-Tests)

R Ausdruck für Einfache Lineare Regression

```
> x <- c(10,8,15,20)
> y <- c(125,132,144,154)
> hs09 <- lm(y~x)
> aov(hs09)
```

Call:

```
aov(formula = hs09)
```

Terms:

	SSR	x	Residuals	SSE
Sum of Squares	426.0526		68.6974	
Deg. of Freedom	1		2	$n-2$

Residual standard error: 5.860777 $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$

Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(hs09)
```

Call:

```
lm(formula = y ~ x)
```

Residuals:

1	2	3	4
-6.5476	4.8847	1.3718	0.2911

2. "einseitiger p-Wert"

2 · P_{W_r} = 2 · P_{W_e}

||

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	109.3862	8.8375	12.378	0.00646 **
x	2.2161	0.6292	3.522	0.07202 .



2-seitiger p-Wert

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

$$t \text{ value} = \frac{\text{Estimate} - b}{\text{Std. Error}}$$

Gl. nach fehlendem Wert auflösen

Residual standard error: 5.861 on 2 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.8611, Adjusted R-squared: 0.7917

F-statistic: 12.4 on 1 and 2 DF, p-value: 0.07202

$$R^2 = \frac{SSR}{SSR + SSE} = (r_{xy})^2$$

weitere Formeln und Kenngrößen:

$$SS_{xx} = (n-1) \cdot \text{var}(x) \quad SS_{yy} = (n-1) \cdot \text{var}(y) \quad SS_{xy} = (n-1) \cdot \text{cov}(x, y)$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

$$SS_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = SSR + SSE = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\text{Korrelationskoeffizient} \quad r_{xy} = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx} \cdot SS_{yy}}} = \hat{\beta}_1 \cdot \sqrt{\frac{SS_{xx}}{SS_{yy}}}$$

$$\text{Bestimmtheitsmass} \quad R^2 = \frac{SSR}{SS_{yy}} = \frac{SSR}{SSR + SSE} = (r_{xy})^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

P-Wert (PW)

Testentscheid:

Variante 1: Testst.-Wert vs. CV



Variante 2: p-Wert vs. α

gilt immer

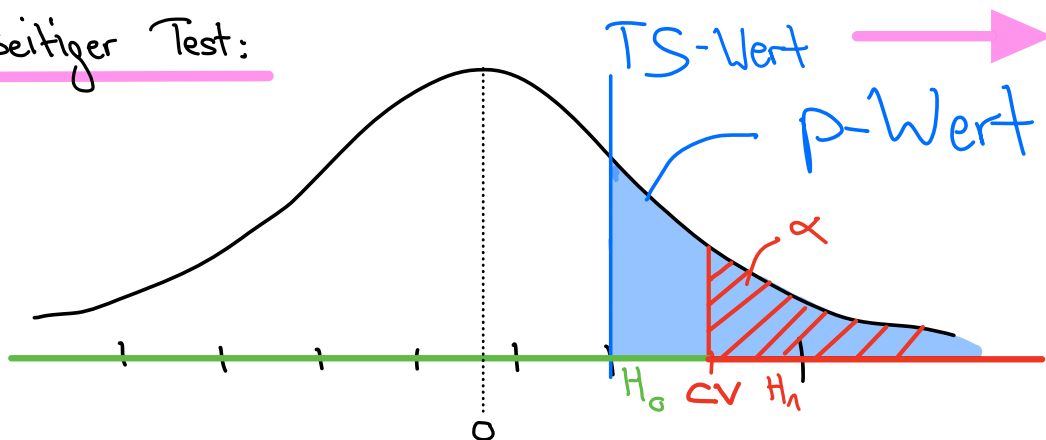
$p\text{-Wert} \leq \alpha \Rightarrow H_1$

$p\text{-Wert} > \alpha \Rightarrow H_0$

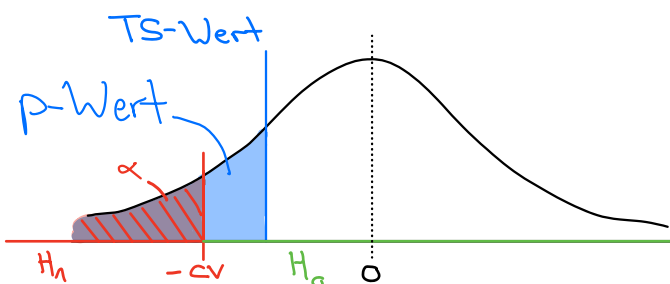
$p\text{-Wert} = P(X \text{ "gleich oder noch extremer" als dieser Teststatistik-Wert})$

in Richtung H_1 !

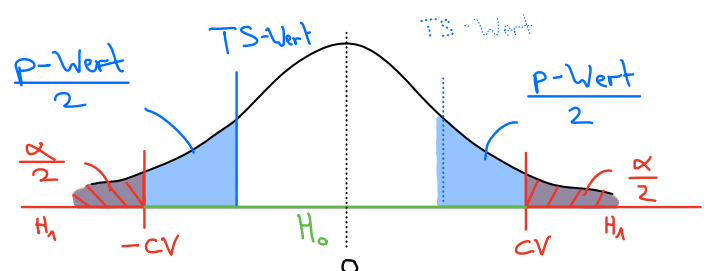
Bsp. rechtsseitiger Test:



← linksseitig



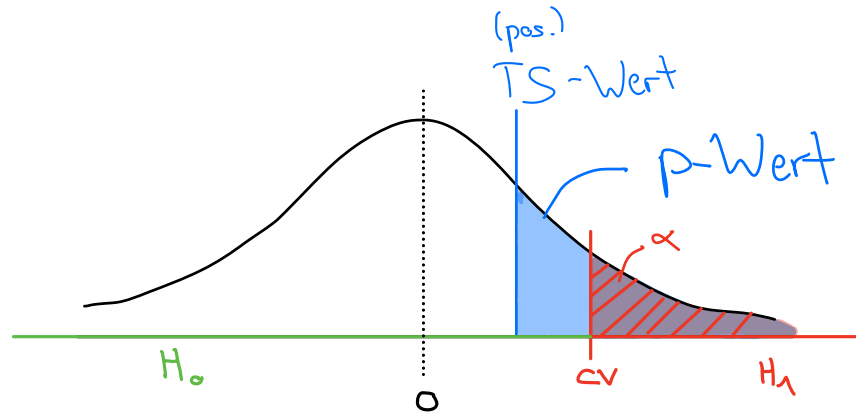
↔ zweiseitig



3 p-Wert Fälle

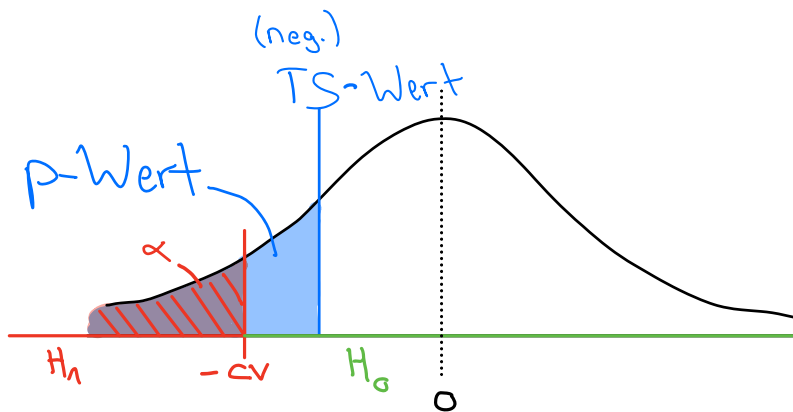
Fall 1: $H_1: >$

$$p\text{-Wert} = P(X \geq \text{TS-Wert})$$



Fall 2: $H_1: <$

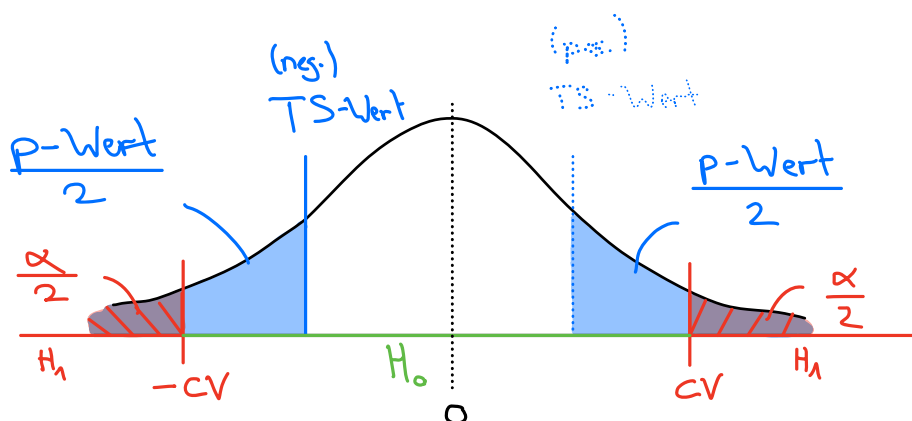
$$p\text{-Wert} = P(X \leq \text{TS-Wert})$$

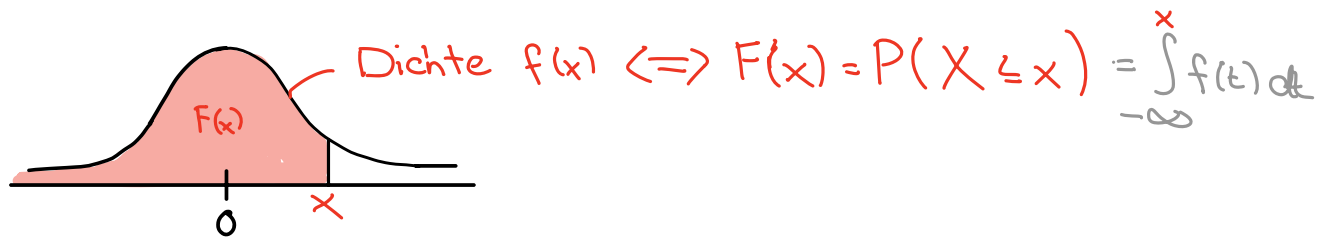


Fall 3: $H_1: \neq$

$$p\text{-Wert} = P(X \leq \text{neg. TS}) + P(X \geq \text{pos. TS})$$

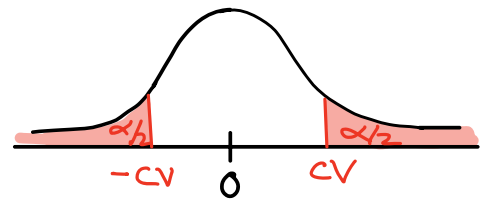
$$= 2 \cdot P(X \leq \text{neg. TS}) = 2 \cdot P(X \geq \text{pos. TS})$$





Standard-Normalverteilung $x \triangleq \text{Quantile}$

x	$F(x)$	x	$F(x)$	x	$F(x)$	x	$F(x)$
-4.00	0.0000	-1.10	0.1357	0.02	0.5080	1.12	0.8686
-3.90	0.0000	-1.08	0.1401	0.04	0.5160	1.14	0.8729
-3.80	0.0001	-1.06	0.1446	0.06	0.5239	1.16	0.8770
-3.70	0.0001	-1.04	0.1492	0.08	0.5319	1.18	0.8810
-3.60	0.0002	-1.02	0.1539	0.10	0.5398	1.20	0.8849
-3.50	0.0002	-1.00	0.1587	0.12	0.5478	1.22	0.8888
-3.40	0.0003	-0.98	0.1635	0.14	0.5557	1.24	0.8925
-3.30	0.0005	-0.96	0.1685	0.16	0.5636	1.26	0.8962
-3.20	0.0007	-0.94	0.1736	0.18	0.5714	1.28	0.8997
-3.10	0.0010	-0.92	0.1788	0.20	0.5793	1.30	0.9032
-3.00	0.0013	-0.90	0.1841	0.22	0.5871	1.32	0.9066
-2.90	0.0019	-0.88	0.1894	0.24	0.5948	1.34	0.9099
-2.80	0.0026	-0.86	0.1949	0.26	0.6026	1.36	0.9131
-2.70	0.0035	-0.84	0.2005	0.28	0.6103	1.38	0.9162
-2.60	0.0047	-0.82	0.2061	0.30	0.6179	1.40	0.9192
-2.50	0.0062	-0.80	0.2119	0.32	0.6255	1.42	0.9222
-2.45	0.0071	-0.78	0.2177	0.34	0.6331	1.44	0.9251
-2.40	0.0082	-0.76	0.2236	0.36	0.6406	1.46	0.9279
-2.35	0.0094	-0.74	0.2296	0.38	0.6480	1.48	0.9306
-2.30	0.0107	-0.72	0.2358	0.40	0.6554	1.50	0.9332
-2.25	0.0122	-0.70	0.2420	0.42	0.6628	1.55	0.9394
-2.20	0.0139	-0.68	0.2483	0.44	0.6700	1.60	0.9452
-2.15	0.0158	-0.66	0.2546	0.46	0.6772	1.65	0.9505
-2.10	0.0179	-0.64	0.2611	0.48	0.6844	1.70	0.9554
-2.05	0.0202	-0.62	0.2676	0.50	0.6915	1.75	0.9599
-2.00	0.0228	-0.60	0.2743	0.52	0.6985	1.80	0.9641
-1.95	0.0256	-0.58	0.2810	0.54	0.7054	1.85	0.9678
-1.90	0.0287	-0.56	0.2877	0.56	0.7123	1.90	0.9713
-1.85	0.0322	-0.54	0.2946	0.58	0.7190	1.95	0.9744
-1.80	0.0359	-0.52	0.3015	0.60	0.7257	2.00	0.9772
-1.75	0.0401	-0.50	0.3085	0.62	0.7324	2.05	0.9798
-1.70	0.0446	-0.48	0.3156	0.64	0.7389	2.10	0.9821
-1.65	0.0495	-0.46	0.3228	0.66	0.7454	2.15	0.9842
-1.60	0.0548	-0.44	0.3300	0.68	0.7517	2.20	0.9861
-1.55	0.0606	-0.42	0.3372	0.70	0.7580	2.25	0.9878
-1.50	0.0668	-0.40	0.3446	0.72	0.7642	2.30	0.9893
-1.48	0.0694	-0.38	0.3520	0.74	0.7704	2.35	0.9906
-1.46	0.0721	-0.36	0.3594	0.76	0.7764	2.40	0.9918
-1.44	0.0749	-0.34	0.3669	0.78	0.7823	2.45	0.9929
-1.42	0.0778	-0.32	0.3745	0.80	0.7881	2.50	0.9938
-1.40	0.0808	-0.30	0.3821	0.82	0.7939	2.60	0.9953
-1.38	0.0838	-0.28	0.3897	0.84	0.7995	2.70	0.9965
-1.36	0.0869	-0.26	0.3974	0.86	0.8051	2.80	0.9974
-1.34	0.0901	-0.24	0.4052	0.88	0.8106	2.90	0.9981
-1.32	0.0934	-0.22	0.4129	0.90	0.8159	3.00	0.9987
-1.30	0.0968	-0.20	0.4207	0.92	0.8212	3.10	0.9990
-1.28	0.1003	-0.18	0.4286	0.94	0.8264	3.20	0.9993
-1.26	0.1038	-0.16	0.4364	0.96	0.8315	3.30	0.9995
-1.24	0.1075	-0.14	0.4443	0.98	0.8365	3.40	0.9997
-1.22	0.1112	-0.12	0.4522	1.00	0.8413	3.50	0.9998
-1.20	0.1151	-0.10	0.4602	1.02	0.8461	3.60	0.9998
-1.18	0.1190	-0.08	0.4681	1.04	0.8508	3.70	0.9999
-1.16	0.1230	-0.06	0.4761	1.06	0.8554	3.80	0.9999
-1.14	0.1271	-0.04	0.4840	1.08	0.8599	3.90	1.0000
-1.12	0.1314	-0.02	0.4920	1.10	0.8643	4.00	1.0000
		0.00	0.5000				



t-Verteilung

d.h. zweiseitig (bei H_1)

α oben für KI sowie $\neq$ Tests

df $\rightarrow$ ν

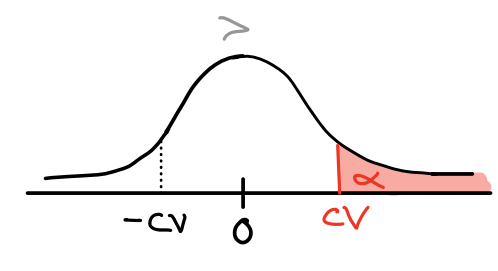
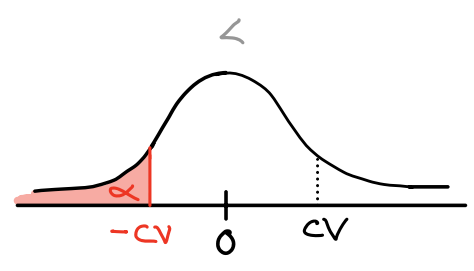
α	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.591
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	3.520
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.435
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.416
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.402
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
1000	1.282	1.645	1.962	2.330	2.581	3.300
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291
*	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0005

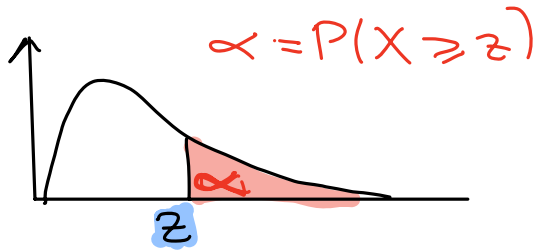
$t_{\nu \rightarrow \infty} \hat{=} N(0,1)$

d.h. sind Werte aus der $N(0,1)$ -Tabelle

*: Signifikanzschwellen für den einseitigen Test.

das ganze α
 α unten für einseitige Tests
($<$ oder $>$ bei H_1)

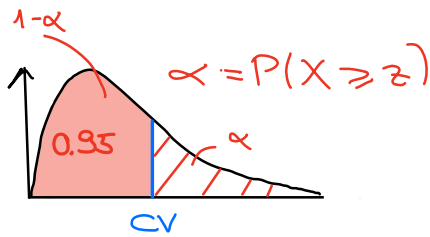




Chiquadrat-Verteilung

Freiheitsgrade
 $\nu = df$

α	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
ν						
1	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635	10.828
2	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210	13.816
3	4.642	6.251	7.815	9.837	11.345	16.266
4	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277	18.467
5	7.289	9.236	11.070	13.388	15.086	20.515
6	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812	22.458
7	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475	24.322
8	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090	26.125
9	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
11	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725	31.264
12	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217	32.909
13	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688	34.528
14	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141	36.123
15	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578	37.697
16	20.465	23.542	26.296	29.633	32.000	39.252
17	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409	40.790
18	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805	42.312
19	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191	43.820
20	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566	45.315
21	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932	46.797
22	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289	48.268
23	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638	49.728
24	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980	51.179
25	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314	52.620
26	31.795	35.563	38.885	42.856	45.642	54.052
27	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963	55.476
28	34.027	37.916	41.337	45.419	48.278	56.892
29	35.139	39.087	42.557	46.693	49.588	58.302
30	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892	59.703
40	47.3	51.8	55.8	60.4	63.7	73.4
50	58.2	63.2	67.5	72.6	76.2	86.7
60	69.0	74.4	79.1	84.6	88.4	99.6
80	90.4	96.6	101.9	108.1	112.3	124.8
100	111.7	118.5	124.3	131.1	135.8	149.5
150	164.3	172.6	179.6	187.7	193.2	209.3
200	216.6	226.0	234.0	243.2	249.4	267.6
Z_{α}	0.842	1.282	1.645	2.054	2.326	3.090



Bsp- $F_{2,3} = 9.552$

Anova:

$$V = \frac{\left(\frac{SSq}{k-1} \right)}{\left(\frac{SSE}{n-k} \right)}$$

in meiner
Verteilungs-
Zus'fassung
 $F_{m,n}$

TABELLE: $F_{(q_1, q_2)}$ -Verteilung für ein Signifikanzniveau von 5%

Nenner- Freiheitsgr.		1	2	3	4	$m =$ Zähler Freiheitsgrade									
n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	245.9	248.0	250.1		
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.43	19.45	19.46		
3	10.13	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786	8.703	8.660	8.617		
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964	5.858	5.803	5.746		
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.619	4.558	4.496		
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	3.938	3.874	3.808		
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.511	3.445	3.376		
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.218	3.150	3.079		
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.006	2.936	2.864		
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.845	2.774	2.700		
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.719	2.646	2.570		
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.617	2.544	2.466		
13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.533	2.459	2.380		
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.463	2.388	2.308		
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.403	2.328	2.247		
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494	2.352	2.276	2.194		
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450	2.308	2.230	2.148		
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412	2.269	2.191	2.107		
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378	2.234	2.155	2.071		
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.203	2.124	2.039		
21	4.325	3.467	3.072	2.840	2.685	2.573	2.488	2.420	2.366	2.321	2.176	2.096	2.010		
22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342	2.297	2.151	2.071	1.984		
23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320	2.275	2.128	2.048	1.961		
24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300	2.255	2.108	2.027	1.939		
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.089	2.007	1.919		
26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.265	2.220	2.072	1.990	1.901		
27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250	2.204	2.056	1.974	1.884		
28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236	2.190	2.041	1.959	1.869		
29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223	2.177	2.027	1.945	1.854		
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.015	1.932	1.841		
31	4.160	3.305	2.911	2.679	2.523	2.409	2.323	2.255	2.199	2.153	2.003	1.920	1.828		
32	4.149	3.295	2.901	2.668	2.512	2.399	2.313	2.244	2.189	2.142	1.992	1.908	1.817		
33	4.139	3.285	2.892	2.659	2.503	2.389	2.303	2.235	2.179	2.133	1.982	1.898	1.806		
34	4.130	3.276	2.883	2.650	2.494	2.380	2.294	2.225	2.170	2.123	1.972	1.888	1.795		
35	4.121	3.267	2.874	2.641	2.485	2.372	2.285	2.217	2.161	2.114	1.963	1.878	1.786		
36	4.113	3.259	2.866	2.634	2.477	2.364	2.277	2.209	2.153	2.106	1.954	1.870	1.776		
37	4.105	3.252	2.859	2.626	2.470	2.356	2.270	2.201	2.145	2.098	1.946	1.861	1.768		
38	4.098	3.245	2.852	2.619	2.463	2.349	2.262	2.194	2.138	2.091	1.939	1.853	1.760		
39	4.091	3.238	2.845	2.612	2.456	2.342	2.255	2.187	2.131	2.084	1.931	1.846	1.752		
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	1.924	1.839	1.744		
41	4.079	3.226	2.833	2.600	2.443	2.330	2.243	2.174	2.118	2.071	1.918	1.832	1.737		
42	4.073	3.220	2.827	2.594	2.438	2.324	2.237	2.168	2.112	2.065	1.912	1.826	1.731		
43	4.067	3.214	2.822	2.589	2.432	2.318	2.232	2.163	2.106	2.059	1.906	1.820	1.724		
44	4.062	3.209	2.816	2.584	2.427	2.313	2.226	2.157	2.101	2.054	1.900	1.814	1.718		
45	4.057	3.204	2.812	2.579	2.422	2.308	2.221	2.152	2.096	2.049	1.895	1.808	1.713		
50	4.034	3.183	2.790	2.557	2.400	2.286	2.199	2.130	2.073	2.026	1.871	1.784	1.687		
55	4.016	3.165	2.773	2.540	2.383	2.269	2.181	2.112	2.055	2.008	1.852	1.764	1.666		
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.836	1.748	1.649		
70	3.978	3.128	2.736	2.503	2.346	2.231	2.143	2.074	2.017	1.969	1.812	1.722	1.622		
80	3.960	3.111	2.719	2.486	2.329	2.214	2.126	2.056	1.999	1.951	1.793	1.703	1.602		
90	3.947	3.098	2.706	2.473	2.316	2.201	2.113	2.043	1.986	1.938	1.779	1.688	1.586		
100	3.936	3.087	2.696	2.463	2.305	2.191	2.103	2.032	1.975	1.927	1.768	1.676	1.573		
200	3.888	3.041	2.650	2.417	2.259	2.144	2.056	1.985	1.927	1.878	1.717	1.623	1.516		
400	3.865	3.018	2.627	2.394	2.237	2.121	2.032	1.962	1.903	1.854	1.691	1.597	1.488		
500	3.860	3.014	2.623	2.390	2.232	2.117	2.028	1.957	1.899	1.850	1.686	1.592	1.482		
1000	3.851	3.005	2.614	2.381	2.223	2.108	2.019	1.948	1.889	1.840	1.676	1.581	1.471		

Interpretation: Die Tabelle liefert für verschiedene Zähler- (1. Zeile) und Nennerfreiheitsgrade (1. Spalte) die kritischen F_c Werte einer F -verteilten Zufallsvariablen für ein Signifikanzniveau von 5%. *Quelle:* Die Tabelle wurde mit der Excel-Funktion FINV erzeugt.

Beispiel: Für 3 Zähler- und 10 Nennerfreiheitgrade ist der kritische F -Wert $F_{0.05} = 3.708$, das heißt

