

Varianzanalyse (ANOVA)

FS22 - Aufgabe 7B:

Vier Versuchsreihen zum Mästen von Schweinen unterscheiden sich lediglich in der Art von Musik, mit der die Schweine beschallt werden. Die erste Gruppe wird gar nicht beschallt, die zweite erhält Hard-Rock, die dritte Gruppe Klassik und die vierte Gruppe Zwölftonmusik. Modellieren Sie die Gewichte der Schweine mit einer Normalverteilung und setzen Sie voraus, dass die Varianzen innerhalb der Gruppen gleich sind. Die Gewichte sind am Schluss der 10-Wochen-Periode in der ersten Gruppe: 160 kg, 173 kg, 187 kg; in der zweiten Gruppe 163 kg, 171 kg und 173 kg; in der dritten Gruppe 174 kg, 175 kg und 179 kg sowie in der vierten Gruppe 166 kg, 161 kg und 175 kg.

a) Ergänzen Sie in unterem R-Teilausdruck die fehlenden Werte xx; untere Teilaufgabe b) ist weitgehend auch ohne all diese Werte lösbar.

```
> summary(analyse)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
music	xx	141.6	xx	xx	0.575 .
Residuals	8	535.3	xx		

b) Testen Sie auf dem 5%-Niveau, ob die Durchschnittsgewichte der Gruppen alle gleich sind und die Variabilität nur zufällig ist versus die Hypothese, dass es einen signifikanten Unterschied gibt. Tipp: Benutzen Sie das Kochbuchrezept aus dem Skript und obige Zahlen aus der Varianzanalysetabelle.

Lösung:

a) $df = 3$, Mean Sq music = 47.2,
Mean Sq Residuals = 66.91, F value = 0.7054
b) siehe ML für Kochbuchrezept

FS22 - Aufgabe 7A:

Vier Versuchsreihen zum Mästen von Schweinen unterscheiden sich lediglich in der Art von Musik, mit der die Schweine beschallt werden. Die erste Gruppe wird gar nicht beschallt, die zweite erhält Hard-Rock, die dritte Gruppe Klassik und die vierte Gruppe Zwölftonmusik. Modellieren Sie die Gewichte der Schweine mit einer Normalverteilung und setzen Sie voraus, dass die Varianzen innerhalb der Gruppen gleich sind. Die Gewichte sind am Schluss der 10-Wochen-Periode in der ersten Gruppe: 170 kg, 173 kg, 177 kg; in der zweiten Gruppe 163 kg, 171 kg und 173 kg; in der dritten Gruppe 174 kg, 175 kg und 179 kg sowie in der vierten Gruppe 166 kg, 161 kg und 171 kg.

a) Ergänzen Sie in unterem R-Teilausdruck die fehlenden Werte xx; untere Teilaufgabe b) ist weitgehend auch ohne all diese Werte lösbar.

```
> summary(analyse)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
music	xx	178.2	xx	xx	0.0793 .
Residuals	8	144.7	xx		

b) Testen Sie auf dem 5%-Niveau, ob die Durchschnittsgewichte der Gruppen alle gleich sind und die Variabilität nur zufällig ist versus die Hypothese, dass es einen signifikanten Unterschied gibt. Tipp: Benutzen Sie das Kochbuchrezept aus dem Skript und obige Zahlen aus der Varianzanalysetabelle.

Lösung:

a) $df = 3$, Mean Sq music = 59.4,
Mean Sq Residuals = 18.09, F value = 3.284
b) siehe ML für Kochbuchrezept

Rep-FS21 - Aufgabe 6:

Zuunterst finden Sie einen Auszug aus einer statistischen Analyse, deren Methode Sie aus der Vorlesung kennen. Geben Sie genau an:

- Welcher Test wurde gemacht (genauer Name und Hypothesen)?
- Durch welche Formeln kommt man auf die Werte 1 und 9.
- Wie gross ist n , die gesamte Anzahl involvierter Daten, und k , die Anzahl Gruppen? Kann man sagen, kann man sagen, wie gross die einzelnen involvierten Gruppen sind?
- Der Wert der Teststatistik ist 2.506. Mit welchem anderen Test bekommt man einen fast gleichwertigen Wert? Wie ist der Zusammenhang von 2.506 mit dem Wert des anderen Tests?
- Wo ist die Grenze für α , damit $\mathcal{H}_0$ angenommen/abgelehnt wird? (es geht uns jetzt *nicht* um die Frage, was passiert wenn der Grenzfall genau eintritt "auf der Grenze").
- Wie kann man unten die Zahl xxxxx (bis auf Rundungsfehler) aus den anderen berechnen?

```
> summary(analyse)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
b	1	5.345	5.345	2.506	0.148
Residuals	9	xxxxx	2.1330		

Lösung:

- Varianzanalyse, $\mathcal{H}_0$: die Mittelwerte sind alle gleich, $\mathcal{H}_1$: mind. 2 Mittelwerte sind verschieden
- $n - k = 9, k - 1 = 1$
- nur $k = 2, n = 11$, aber nichts über die Gruppengrösse
- 2-Stichproben-T-Test mit TS-Wert $u^2 = 2.506$
- $\alpha = 14.8\%$
- $19.2 = 9 \cdot 2.133$

FS19 - Aufgabe 6:

Unten sehen Sie einen R-Auszug. Geben Sie genau an

- Bei welchen Untersuchungen tritt dieser Auszug auf (genauer Name und Hypothesen)?
- Berechnen Sie a, b und c .
- Wie gross waren n, k ? Wie kommt man dann auf die Zahlen 2 und 5?
- Können Sie herausfinden, wieviele Messungen in jeder *einzelnen* Behandlung vorhanden waren?
- Wie nennt man die Zahl 0.585 und was bedeutet sie?

```
> summary(analyse)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
treat	2	0.54	a	c	0.585
Residuals	5	2.26	b		

Lösung:

- Ein-Weg-Anova (One-Way-ANOVA),
 $\mathcal{H}_0$: alle Mittelwerte sind gleich, $\mathcal{H}_1$: mind. 2 Mittelwerte sind verschieden
- $a = 0.27, b = 0.45, c = a/b = 0.597$
- $n = 8, k = 3$ da $n - k = 5$ und $k - 1 = 2$
- nein
- P-Wert. Gibt an, wie wahrscheinlich solche oder noch extremere Werte unter $\mathcal{H}_0$ sind

Rep-FS18 - Aufgabe 8:

Sie machen eine ANOVA, bei der Sie in Gruppe 1 selben Messungen, in Gruppe 2 zwölf Messungen und in Gruppe 3 vier Messungen haben. Total sind damit 23 Datenpunkte vorhanden, aufgeteilt in 3 Gruppen. Beantworten Sie folgende Fragen:

a) Für die Teststatistik V erhalten sie den Wert 1.8.

Werden Sie auf dem 5%- Niveau die Nullhypothese annehmen oder ablehnen?

b) Obige Messungen waren bisher in Pfund (454 Gramm) statt in Kilogramm durchgeführt worden.

Sie rechnen dieshalb die Messwerte um. Wie ändert sich die Teststatistik?

c) In a) haben Sie - hoffentlich richtigerweise - einen einseitigen Test gegen oben gemacht.

Was bedeutet es, wenn wir in der Teststatistik sehr kleine Werte nahe 0 erhalten?

d) In einer anderen Untersuchung mit 3 Gruppen hat man im Vergleich zu oben einen Punkt mehr in der zweiten

Gruppe und einen weniger in der ersten Gruppe. In der dritten Gruppe hat es gleich viele Punkte, also 4. Die

Teststatistik V hat aber genau den gleichen Wert. Ändert das die Entscheidung für oder gegen die Nullhypothese?

Lösung:

a) $\mathcal{H}_0$ beibehalten b) ändert nicht c) siehe ML d) Nein

Rep-FS17 - Aufgabe 8:

Drei Versuchsreihen zum Mästen von Schweinen unterscheiden sich lediglich in der Art von Musik, mit der die Schweine beschallt werden. Die erste Gruppe wird gar nicht beschallt; die zweite erhält Hard Rock und die dritte Gruppe Klassik. Modellieren Sie die Gewichte der Schweine mit einer Normalverteilung. Die Gewichte sind am Schluss der 10-Wochen-Periode in der ersten Gruppe: 170 kg, 173 kg, 177 kg; in der zweiten Gruppe 163 kg, 171 kg, und 173 kg und in der dritten Gruppe 174 kg, 175 kg und 179 kg. Testen Sie auf dem 5 %-Niveau, ob die Gewichte alle gleich sind und die Variabilität nur zufällig ist versus die Hypothese, dass es einen signifikanten Unterschied gibt.

Lösung:

$$\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, \mathcal{H}_1 : \text{es gibt } i \neq j \in \{1, 2, 3\} \text{ so dass } \mu_i \neq \mu_j, \alpha = 0.05$$

$$v = \frac{SSG/(k-1)}{SSE/(n-k)} \approx 2.373 \quad CV = F_{2,6} = 5.14 \quad 2.373 < 5.14 \text{ (oder } 17.4\% > 5\%) \Rightarrow \mathcal{H}_0 \text{ behalten}$$

Rep-FS16 - Aufgabe 8:

In einer ANOVA erhalten wir unter anderem folgenden R-Ausdruck

Terms:

	Wou	Residuals
Sum of Squares	122	366
Deg. of Freedom	5	22

```
> summary(analyse)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Wou	A	B	C	D	E

- Geben Sie die Werte A, B, C und D an.
- Wie wird auf dem 5 %-Niveau entschieden?
- Seppli wählt bei der F-Verteilung den Ablehnungsbereich links bei Null statt rechts aussen. Warum ist das unklug; was bedeuten die Werte anschaulich?

In einer einfachen Regression erhalten wir unter anderem folgenden R-Ausdruck

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	5	U	10	XXX
log(dist)	-2	3	V	XXX

- Geben Sie die Werte U und V an.

Lösung:

- $A = 5, B = 122, C = 24.4, D = 1.46$
- $1.46 < 2.66 = CV \Rightarrow \mathcal{H}_0 \text{ behalten}$
- siehe ML
- $U = 0.5, V = -0.66$

FS16 - Aufgabe 7:

Sie machen eine ANOVA mit 14 Datenpunkten, welche in total 3 Gruppen eingeteilt sind. Die Gleichung aus dem Skript mit Namen "Fundi-ANOVA" liefert die Zerlegung:

$$266 = 187 + 79.$$

Werden Sie jetzt auf dem 5 % Niveau die Hypothese gleicher Mittelwerte annehmen oder ablehnen? Machen Sie bitte einen sauberen Test entlang des Kochbuchrezeptes.

Lösung:

$$\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, \mathcal{H}_1 : \text{es gibt } i \neq j \in \{1, 2, 3\} \text{ so dass } \mu_i \neq \mu_j, \alpha = 0.05$$
$$v = \frac{SSG/(k-1)}{SSE/(n-k)} \approx 13.02 \quad CV = F_{2,11} = 3.982 \quad 13.02 > 3.982 \Rightarrow \mathcal{H}_1 \text{ annehmen}$$

FS15 - Aufgabe 7:

Auf dem letzten Blatt finden Sie einen lückenhaften R-Ausdruck. Lösen Sie bitte folgende Aufgabe dazu: Machen Sie eine ANOVA mit k Gruppen und total n Datenpunkten (k, n sind versteckt auch in dem R-Ausdruck zu finden). Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer Normalverteilung stammen. Testen Sie auf dem 5 %-Niveau, ob die Mittelwerte der Behandlung alle gleich sind oder nicht. Gehen Sie dabei vor wie im Kochbuchrezept, damit Sie die volle Punktzahl erhalten. **Alle Rechnungen haben auf diesem Blatt stattzufinden und nicht auf dem Blatt mit dem R-Ausdruck; das Blatt mit dem R-Ausdruck wird nicht korrigiert!**

```
> exam<-c(22, 23, 27, 24, 21, 17, 28, 25, 22, 22, 18, 19)
> str<-rep(LETTERS[1:3],c(4,4,4))
> str<-factor(str)
> friday<-data.frame(str,exam)
a7<-aov(exam~str,friday)
> a7
```

Call:

```
aov(formula = exam ~ str, data = friday)
```

Terms:

```
str Residuals
```

```
Sum of Squares 29.16667 95.50000
```

```
Deg. of Freedom   fehlt   fehlt
```

Residual standard error: 3.25747

Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(a7)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
str	fehlt	29.17	fehlt	fehlt	fehlt
Residuals	fehlt	95.50	fehlt		

Lösung:

$$\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, \mathcal{H}_1 : \text{es gibt } i \neq j \in \{1, 2, 3\} \text{ so dass } \mu_i \neq \mu_j, \alpha = 0.05$$
$$v = \frac{SSG/(k-1)}{SSE/(n-k)} = \frac{29.17/2}{95.5/9} = 1.375 \quad CV = F_{2,9} = 4.256 \quad 1.375 < 4.256 \Rightarrow \mathcal{H}_0 \text{ behalten}$$

Rep-FS14 - Aufgabe 7:

Auf dem nächsten Blatt finden Sie einen lückenhaften R-Ausdruck. Lösen Sie bitte folgende Aufgabe dazu:
füllen Sie die fehlenden roten Zahlen ein. Sie können direkt in den R-Ausdruck schreiben. Wird bei einem α von 10 % die $\mathcal{H}_0$ -Hypothese beibehalten?

```
> growth<-c(33.3, 44.4, 42.9, 35.5, 35.5, 47.6, 38.8, 33.4, 32.8, 42.8, 38.5, 42.4, 38.9, 38.9)
> dung<-rep(LETTERS[1:4],c(3,4,3,4))
> dung<-factor(dung)
> agro<-data.frame(dung,growth)
> analyse<-aov(growth~dung, agro)
> analyse
Call:
  aov(formula = growth ~ dung, data = agro)
```

Terms:

	dung	Residuals
Sum of Squares	27.9594	243.4642
Deg. of Freedom	3	10

Residual standard error: 4.934209

Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(analyse)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
dung	3	??	??	??	0.768
Residuals	??	243.46	??		

Lösung:

$$MS_G = \frac{27.9594}{3} = 9.32 \quad MS_E = \frac{243.46}{10} = 24.346 \quad F\text{-Value} = \frac{9.32}{24.346} = 0.383$$
$$\alpha = 0.1 < 0.768 = p\text{-Wert} \rightarrow \mathcal{H}_0 \text{ behalten.}$$

FS14 - Aufgabe 7:

Sie machen eine ANOVA mit 3 Gruppen und total 22 Datenpunkten. Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer Normalverteilung stammen. Es steht Ihnen nachfolgende Fundamentalgleichung der ANOVA zur Verfügung. Die Notation stammt aus der Vorlesung und wir sagen nicht, dass/ob Sie alle Ausdrücke benötigen.

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (Y_{ij} - GM)^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{Y}_{.j} - GM)^2 + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (Y_{ij} - \bar{Y}_{.j})^2 = 20 + 5,$$

das heisst $\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{Y}_{.j} - GM)^2 = 20$ und $\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (Y_{ij} - \bar{Y}_{.j})^2 = 5$. Testen Sie auf dem 5%-Niveau, ob die Mittelwerte der Behandlung alle gleich sind oder nicht.

Lösung:

$$38 > 3.52 \Rightarrow \mathcal{H}_1 \text{ annehmen}$$

Aufgaben aus der Zeit vor dem R-Programm

R-Code selber generieren: (Daten anpassen, Copy & paste)

```
x <- c(1.5,1.2,1.4,2.1,1.1,1.2,1.1,1.5,1.6,1.3,1.5)
str <- rep(LETTERS[1:3], c(4,4,3))
str <- factor(str)
friday <- data.frame(str,x)
a7 <- aov(x~str,friday)
a7
summary(a7)
```

$x <- c(1.5, 1.2, 1.4, 2.1, 1.1, 1.2, 1.1, 1.5, 1.6, 1.3, 1.5)$ Liste aller Stichproben-Werte (zusammen)

$str <- rep(LETTERS[1:3], c(4,4,3))$ $3 = k = \text{Anzahl Gruppen / Stichproben}$

(Anz.) Werte aus 1. Stichprobe, 2. Stichprobe, 3. Stichprobe

Rep-FS12 - Aufgabe 6:

Sie untersuchen die Algenkonzentration in drei vergleichbaren Schweizer Seen I, II und III. Die Algenkonzentration war bei See I (in gewissen Einheiten) in 4 Messungen 43, 48, 72, 56; bei See II gab es bei 3 Messungen die Werte 42, 52, 49 und bei See III bei 5 Messungen 43, 61, 48, 42, 39. Testen Sie mit einem α von 5 %, ob die durchschnittliche Algenkonzentration in den drei Seen gleich ist oder nicht.

Lösung:

$\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$, $\mathcal{H}_1$: es gibt $1 \leq i \neq j \leq 3$ so dass $\mu_i \neq \mu_j$, $\alpha = 0.05$
 $0.873 < 4.256 \rightarrow \mathcal{H}_0$ behalten.

Rep-FS11 - Aufgabe 6:

Sie wollen mit drei verschiedenen Verfahren (Modifikationen in der chemischen Zusammensetzung) A, B und C die durchschnittliche Speicherkapazität von Batterien steigern. Die Speicherkapazitäten der Batterien sind danach in Verfahren A bei 3 Batterien 345, 357 und 344, bei Verfahren B bei 4 Batterien 337, 343, 355 und 351, sowie bei Verfahren C bei 4 Batterien 366, 357, 345 und 346. Testen Sie mit einem α von 5 %, ob die durchschnittliche Speicherkapazitäten der Verfahren gleich sind oder nicht.

Lösung:

$\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$, $\mathcal{H}_1$: es gibt $1 \leq i \neq j \leq 3$ so dass $\mu_i \neq \mu_j$, $\alpha = 0.05$
 $v = \frac{SSG/(k-1)}{SSE/(n-k)} \approx 0.683$ $CV = F_{2,8} = 4.459$ $0.683 < 4.459 \Rightarrow \mathcal{H}_0$ beibehalten

FS10 - Aufgabe 7:

Bei Ausgrabungen in Ägypten hat man an 3 verschiedenen Stellen Münzen gefunden. Die Vermutung ist, dass die Münzen alle aus der gleichen Epoche und von der gleichen Prägeanstalt kommen. Das will man jetzt untersuchen. Dazu misst man einen bestimmten Mineraliengehalt bei den vorhandenen Münzen. Bei den Münzen aus dem ersten Ort war das [in Gramm pro Kilo]: 3.4, 3.5, 3.6; bei den Münzen vom zweiten Ort waren es die Zahlen 3.1, 3.2, 3.1 und 3.0 und bei den Münzen des dritten Ortes waren es 3.5, 3.6 und 3.3. Testen Sie mit Hilfe einer Varianzanalyse auf dem Niveau 0.05, ob der durchschnittliche Mineraliengehalt im wesentlichen überall gleich ist oder ob es signifikante Unterschiede gibt.

Da Sie sinnvollerweise den Taschenrechner benutzen werden: geben sie bitte genau an, in welche Formel Sie welche Zahlen eingesetzt haben.

Lösung:
$$\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, \mathcal{H}_1 : \exists i \neq j : \mu_i \neq \mu_j$$
$$14.31 > 4.74 \rightarrow \mathcal{H}_1 \text{ annehmen}$$
FS09 - Aufgabe 7:

In der chemischen Produktion werden 3 verschiedene Produktionsverfahren getestet. Das Ziel ist es, eine möglichst reine Legierung zu erhalten, möglichst 100 %. Mit Verfahren A hat man 3 Einheiten hergestellt und dabei folgende Werte in % erhalten: 97.34, 97.28, 97.88. Mit Verfahren B hat man 5 Einheiten hergestellt und dabei folgende Werte in % erhalten: 97.77, 97.03, 97.45, 97.98, 98.02. Mit Verfahren C schliesslich hat man 4 Einheiten hergestellt und dabei folgende Werte in % erhalten: 96.88, 97.22, 97.45, 97.33. Gehen Sie davon aus, dass die Stichproben unabhängig voneinander sind und modellieren Sie den Reinheitsgehalt mit einer Normalverteilung. Nehmen Sie als Signifikanzniveau 5%. Ziel ist es, die beste Variante zu finden. Machen Sie dazu eine ANOVA, in der Sie schauen, ob die Mittelwerte alle gleich sind, oder ob es signifikante Abweichungen gibt.

- Wie lauten die Hypothesen in der Sprache der Mathematik?
- Machen Sie einen statistischen Test, um herauszufinden, ob der durchschnittliche Reinheitsgrad überall gleich ist oder nicht.
- Welche Voraussetzung, welche oben nicht erwähnt wurde, muss erfüllt sein?
- Angenommen, wir hätten nur 2 verschiedene Produktionsverfahren gehabt. Mit welchen beiden Methoden kann man diese Frage exakt gleichwertig lösen?

Da Sie sinnvollerweise den Taschenrechner benutzen werden: geben sie bitte genau an, in welche Formel Sie welche Zahlen eingesetzt haben.

Lösung:

- a) $\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, \mathcal{H}_1 : \exists i \neq j : \mu_i \neq \mu_j$
b) $1.7221 < 4.26 \rightarrow \mathcal{H}_0$ behalten c) σ^2 überall gleich
d) ANOVA & 2-Stichproben-T-Test

FS08 - Aufgabe 7:

Bei antiken Ausgrabungsstätten werden an 2 Orten Münzen gefunden. Man will herausfinden, ob die Münzen am selben Ort und in der gleichen Periode hergestellt wurden. Dazu misst man den Silbergehalt der Münzen - man will den durchschnittlichen Silbergehalt der Münzen an den beiden Orten vergleichen. Am einen Ort sind die Werte (in einer gewissen Einheit) 4.3, 4.6, 5.1, 4.0 und am anderen Ort 4.0, 4.3., 5.3, 4.6, 4.4. Gehen Sie davon aus, dass die Stichproben unabhängig voneinander sind und modellieren Sie den Silbergehalt mit einer Normalverteilung. Nehmen Sie als Signifikantsniveau 5%.

- a) Wie lauten die Hypothesen?
- b) Mit welchen beiden Methoden kann man diese Frage exakt gleichwertig lösen?
- c) Lösen sie obige Aufgabe mit einer der beiden Methoden aus b) - und bitte nur mit einer. (falls Sie die Aufgabe mit beiden Methoden lösen, gibt es nicht mehr Punkte. Wenn eine der beiden Lösungen falsch ist, zählt die falsche Lösung!)
- d) Welcher Voraussetzung, welche oben nicht erwähnt wurde, muss erfüllt sein?

Da Sie sinnvollerweise den Taschenrechner beutzen werden: geben sie bitte genau an, in welche Formel Sie welche Zahlen eingesetzt haben.

Lösung:**FS07 - Aufgabe 7:**

Der Nitratgehalt von 3 Seen wird mit diversen Stichproben untersucht. Dabei steht die Hypothese im Raum, dass der Nitratgehalt überall gleich ist - bis auf zufällige Schwankungen. In See 1 haben wir 4 Messungen gemacht. Die Werte seien in Milligramm pro Liter 1.5, 1.2, 1.4, 2.1. Bei See 2 waren es auch 4 Messungen mit Werten 1.1, 1.2, 1.1, 1.5 und im dritten Fall 3 Messungen mit 1.6, 1.3, 1.5.

- a) Testen Sie auf dem Niveau 5%, ob sich der Nitratgehalt der 3 Seen signifikant unterscheidet oder nicht.
- b) Welche Voraussetzungen machen Sie bei obiger Analyse? Wie lauten die beiden Hypothesen in mathematischer/statistischer Terminologie?

Lösung:

a) $\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2, \mathcal{H}_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$1.4892 < 4.46 \rightarrow \mathcal{H}_0$ behalten

b) Daten normalverteilt; unabhängig, und $\sigma_i^2 = \sigma^2 \forall i \in \{1, 2, 3\}$

FS06 - Aufgabe 8:

Pharmakonzern "Life" hat ein neues Medikament "PressureDown" zur Blutdrucksenkung entwickelt. Lie will mit einem kleinen ersten Versuch die Wirksamkeit prüfen. In einer Kontrollgruppe (Placebo) von 6 Personen wurde der Blutdruck um folgende Einheiten **gesenkt** 4.3, 2.5, 3.5, 5.5, -2.2, 8.8. Bei den 8 Personen, welche "PressureDown" erhielten, war die **Senkung** folgendermassen 13.5, 4.3, 10.0, 12.0, 8.7, 3.9, 2.2, 9.6. Gehen Sie mal davon aus, dass wir die Blutdrucksenkungen mit einer Normalverteilung modellieren können und alle Messungen unabhängig voneinander sind. Setzen Sie zudem gleiche Varianzen voraus. Testen Sie jetzt mit $\alpha = 0.05$, ob die (theoretischen) Mittelwerte der Senkung bei beiden gleich sind (zweiseitig!) - und zwar

- a) mit einem 2-Stichproben-T-Test und
- b) mit einer Varianzanalyse.

Wir wollen dabei die verwendeten Formeln mit Erklärungen der darin vorkommenden Grössen und die kritischen Werte der Tabellen auf dem Lösungsblatt sauber sehen!

Lösung:

$$\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2, \mathcal{H}_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\text{a) } |-2.0331| < 2.179 \rightarrow \mathcal{H}_0 \text{ behalten}$$

$$\text{b) } 4.133 = (-2.0331)^2 < 4.75 \rightarrow \mathcal{H}_0 \text{ behalten}$$