

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

bekannte stetige Verteilungen

(Grundlagen)

Normalverteilung

FS20-Aufgabe 2g)

Sei X eine $\mathcal{N}(3, 4)$ -Zufallsgrösse. Wo sind die Wendepunkte der Dichtefunktion?

Lösung:

bei 1 und 5

FS20-Aufgabe 2a)

Sei X eine $\mathcal{N}(0, 1)$ -Zufallsgrösse. Vergleichen Sie die Grössen $P[X^2 > 1]$ und $P[|X| > 1]$. Sind die Grössen a) gleich, b) $P[X^2 > 1] > P[|X| > 1]$, c) $P[X^2 > 1] < P[|X| > 1]$.

Lösung:

sie sind gleich

FS20-Aufgabe 2b)

Sei X eine $\mathcal{N}(0, 1)$ -Zufallsgrösse. Vergleichen Sie die Grössen $P[X^2 \in [-1, 1]]$ und $P[X \in [-1, 1]]$. Sind die Grössen a) gleich, b) $P[X^2 \in [-1, 1]] > P[X \in [-1, 1]]$, c) $P[X^2 \in [-1, 1]] < P[X \in [-1, 1]]$

Lösung:

sie sind gleich

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

bekannte stetige Verteilungen

(Grundlagen)

Chiquadratverteilung

FS10 - Aufgabe 1b)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von $\mathcal{N}(0, 1)$ -Zufallsgrößen. Geben Sie die Verteilung von $\sum_{i=1}^n X_i^2$ an.

Lösung:

χ_n^2

FS10 - Aufgabe 1d)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von $\mathcal{N}(4, 25)$ -Zufallsgrößen. Geben Sie die Verteilung von $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / 25$ an, wo $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

Lösung:

χ_{n-1}^2

FS10 - Aufgabe 1c)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von $\mathcal{N}(0, 1)$ -Zufallsgrößen. Geben Sie die Verteilung von $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ an, wo $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

Lösung:

χ_{n-1}^2

FS10 - Aufgabe 1e)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von $\mathcal{N}(4, 25)$ -Zufallsgrößen. Geben Sie die Verteilung von $\sum_{i=1}^n (X_i - 4)^2 / 25$ an, wo $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

Lösung:

χ_n^2

FS16 - Aufgabe 1b)

X_1 sei eine $\mathcal{N}(1, 1)$ -Zufallsgrösse, X_2 eine $\mathcal{N}(2, 4)$ -Zufallsgrösse und X_3 sei eine $\mathcal{N}(3, 9)$ -Zufallsgrösse. Alle 3 Zufallsgrößen seien unabhängig voneinander. Wie ist die Verteilung von

$$(X_1 - 1)^2 / 1 + (X_2 - 2)^2 / 4 + (X_3 - 3)^2 / 9?$$

Lösung:

$\chi_{df=3}^2$

FS15 - Aufgabe 1d)

Seien X_i , $1 \leq i \leq n$, iid Zufallsgrößen aus der $\mathcal{N}(3, 4)$ -Verteilung. Wie müssen Sie in $\sum_{i=1}^n (X_i - a)^2 / b$ die Konstanten a und b wählen, damit eine bekannte Verteilung aus der Vorlesung entsteht? Welche Verteilung liegt damit vor?

Lösung:

$a = 3, b = 4 \rightarrow \chi_n^2$

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

bekannte stetige Verteilungen

(Grundlagen)

t-verteilung & Exponentialverteilung

Rep-FS14 - Aufgabe 1c)

Was gibt es für eine Zufallsgrösse, wenn man bei t_n den Freiheitsgrad gegen unendlich gehen lässt? Bitte präzise Antwort.

Lösung: $\mathcal{N}(0, 1)$ **FS12 - Aufgabe 1e)**

Sei T die Dauer, bis ein Atom zerfällt. Wir modellieren die Zeit bis zum Zerfall mit einer exponentialverteilten Zufallsgrösse mit Parameter $\lambda > 0$. Die Dichtefunktion ist also auf $[0, \infty)$ gleich $\lambda \exp(-\lambda t)$ und gleich 0 sonst. Angenommen, das Atom ist langlebig; ist dann λ eher gross oder eher klein?

Lösung:

eher klein

Rep-FS16 - Aufgabe 1f)

Bei einer Exponentialverteilung sei der Parameter $\lambda = \ln 2$. Wie gross ist der Median?

Lösung:Median = $\frac{\ln(2)}{\lambda} = 1$ **FS07 - Aufgabe 1h)**

Plutonium 239 hat eine Halbwertszeit von etwa 24'000 Jahren. Wir gehen davon aus, dass keine nuklearen Interventionen stattfinden. Wie lange dauert es dann durchschnittlich, bis ein ausgewähltes Plutonium-239-Atom zerfällt?

Lösung: $E(X) = \frac{24000}{\ln(2)} \approx 34'625$ Jahre

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

bekannte stetige Verteilungen

(Grundlagen)

Uniformverteilung

FS14 - Aufgabe 1f)

Sei X eine $U[0,1]$ -Zufallsgrösse. Wie ist die Verteilung von $2X - 3$?

Lösung:

$U[-3, -1]$

FS16 - Aufgabe 1c)

X sei $U[1, 3]$ -verteilt. Wie ist der Median von $1/X$?

Lösung:

$\tilde{x} = 1/2$

FS15 - Aufgabe 1c)

X sei $U[2, 4]$ -verteilt. Wie ist der Median von $(X - 4)/8$?

Lösung:

Median bei $-1/8$

FS18-Aufgabe 1e)

Sei X eine $U[0, 1]$ -Zufallsgrösse. Wie ist $P[X = 1]$?

Lösung:

0 (da stetig)

FS17-Aufgabe 1c) X sei $U[0, 1]$ -verteilt. Wie ist $P[1/X > 3]$?

Lösung:

$P[X < 1/3] = 1/3$

FS17-Aufgabe 1d) X sei $U[0, 1]$ -verteilt. Es gelte mit $b > 1$, dass $P[1/X > b] = 1/c$. Wie ist der Zusammenhang zwischen b und c ?

Lösung:

$b = c$