MathCourses

www.mathcourses.ch/mat183.html

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

nach Thema gebündelt
(bis Rep-FS22)

Inhaltsverzeichnis:

Homepage / Webseite:

`www.mathcourses.ch/mat183.html`

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

Kombinatorik

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat183.html

FS22-Aufgabe 1c)

Man schreibt jeden der 8 Buchstaben des Wortes PAPAGENO auf je eine von 8 gleich grossen Karten, mischt diese und zieht dann wahllos 4 Karten heraus, die man in der Reihenfolge ihres Erscheinens von links nach rechts nebeneinanderlegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass auf diese Weise das Wort PAPA entsteht.

Lösung: $\frac{2}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{420}$

FS22-Aufgabe 1d)

Man schreibt jeden der 8 Buchstaben des Wortes SARASTRO auf je eine von 8 gleich grossen Karten, mischt diese und zieht dann wahllos 4 Karten heraus, die man in der Reihenfolge ihres Erscheinens von links nach rechts nebeneinanderlegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass auf diese Weise das Wort SARA entsteht.

Lösung: $\frac{2}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{210}$

FS20-Aufgabe 3a.a)

In einer Schachtel hat es 20 Glühbirnen, wovon 4 kaputt sind. Sie nehmen nun 7 heraus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle funktionieren?

Lösung: $\frac{\binom{16}{7}}{\binom{20}{7}}$

FS20-Aufgabe 3a.b)

In einer Schachtel hat es 16 Glühbirnen, wovon 8 kaputt sind. Sie nehmen nun 6 heraus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle funktionieren?

Lösung: $\frac{\binom{8}{6}}{\binom{16}{6}}$

FS20-Aufgabe 3a.c)

In einer Schachtel hat es 20 Glühbirnen, wovon 5 kaputt sind. Sie nehmen nun 6 heraus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle funktionieren?

Lösung: $\frac{\binom{15}{6}}{\binom{20}{6}}$

FS20-Aufgabe 3a.d)

In einer Schachtel hat es 24 Glühbirnen, wovon 6 kaputt sind. Sie nehmen nun 7 heraus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle funktionieren?

Lösung: $\frac{\binom{18}{7}}{\binom{24}{7}}$

FS20-Aufgabe 3a.e)

In einer Schachtel hat es 24 Glühbirnen, wovon 8 kaputt sind. Sie nehmen nun 5 heraus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle funktionieren?

Lösung: $\frac{\binom{16}{5}}{\binom{24}{5}}$

FS20-Aufgabe 3b.a) keine Kombinatorik-Aufgabe sondern "bekannte Verteilung"

In der Schweiz hat es 15 % Linkshänder. Sie haben eine Klasse von 25 Personen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es genau 7 Linkshänder hat?

Lösung: $\binom{25}{7}0.15^7 0.85^{18}$

Rep-FS15 - Aufgabe 1b)

Modelleisenbahnbauer Seppli hat sich eine Lokomotive, 3 Speisewagen, 2 Schlafwagen und 4 Personenwagen gekauft. Er will für seine Trudi einen Zug zusammenstellen. Die 3 Speisewagen, 2 Schlafwagen und 4 Personenwagen kann man weiter nicht mehr unterscheiden. Wie viele Möglichkeiten gibt es, daraus einen Zug zusammenzustellen, wenn die Lokomotive an den Anfang gehört?

Lösung: $\frac{9!}{4!3!2!} = 1260$

Rep-FS15 - Aufgabe 1c)

In Aufgabe b) wird jetzt zusätzlich gefordert, dass die Wagen der gleichen Sorte direkt hintereinander gehängt werden müssen. Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt?

Lösung: $3! = 6$

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

(klassische) Wahrscheinlichkeiten

Homepage / Webseite:

`www.mathcourses.ch/mat183.html`

Rep-FS22-Aufgabe 1b)

Eine Urne enthält 100 Kugeln mit den Nummern 00, 01. 02, ..., 99. Eine Kugel wird gezogen. X ist die erste Ziffer, Y ist die zweite Ziffer. Beispielsweise bei 34 wäre $X = 3$ und $Y = 4$. Berechne $P[X = 1]$ und $P[X = Y]$

Lösung: $P[X = 1] = 0.1$ und $P[X = Y] = 0.1$

Rep-FS22-Aufgabe 1c)

Berechne im Setting von b) $P[X > Y]$ und $P[X = 5 \text{ oder } Y = 7]$.

Lösung: $P[X > Y] = 0.45$ und $P[X = 5 \text{ oder } Y = 7] = 0.19$

FS22-Aufgabe 1i)

Hans bekommt mit 70% Wahrscheinlichkeit einen Job in Firma A angeboten und mit 30% Wahrscheinlichkeit einen Job in Firma B angeboten. Die Angebote der beiden Firmen bekommt Hans unabhängig voneinander. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 1 Jobangebot bekommt?

Lösung: $0.7 + 0.3 - 0.7 \cdot 0.3 = 0.79 = 1 - (1 - 0.7) \cdot (1 - 0.3)$

FS22-Aufgabe 1j)

Hans bekommt mit 60% Wahrscheinlichkeit einen Job in Firma A angeboten und mit 40% Wahrscheinlichkeit einen Job in Firma B angeboten. Die Angebote der beiden Firmen bekommt Hans unabhängig voneinander. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 1 Jobangebot bekommt?

Lösung: $0.6 + 0.4 - 0.6 \cdot 0.4 = 0.76 = 1 - (1 - 0.6) \cdot (1 - 0.4)$

FS12 - Aufgabe 1b)

Sie werfen zwei faire Würfel, unabhängig voneinander, und zählen die Augensummen zusammen. Ist die Wahrscheinlichkeit für Augensumme 6 grösser als diejenige für 2?

Lösung: ja

FS17-Aufgabe 1b)

Welches ist die häufigste Augensumme beim Wurf von zwei unabhängigen Würfeln? Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ebendiese Augensumme angenommen wird?

Lösung: 7, 1/6

FS12 - Aufgabe 1c)

Sie werfen zwei faire Würfel, unabhängig voneinander, und zählen die Augensummen zusammen. Ist die Wahrscheinlichkeit für Augensumme 7 grösser als diejenige für 6?

Lösung: ja

FS11 - Aufgabe 1b)

Hansli wirft 6000 mal einen Würfel und zählt dabei die Anzahl 6er. Er kommt auf genau 989. Er nimmt danach an, dass die Wahrscheinlichkeit für eine 6 bei diesem Würfel gleich $p = 989/6000 = 0.1648333333$ ist. Welches Prinzip hat er dabei angewendet?

Lösung: LLN (law of large Numbers) (resp. die idealisierte relative Häufigkeit)

FS14 - Aufgabe 1b)

Was ist allgemein richtig - bitte mit Begründung:

- $P[A \cap B] \leq P[A|B]$,
- $P[A \cap B] \geq P[A|B]$,
- weder noch.

Lösung: $P[A \cap B] \leq P[A|B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]}$ (da $0 < P[B] \leq 1$)

FS13 - Aufgabe 1c)

Stellen wir uns einen imaginären Korb von EinwohnerInnen (beiden Geschlechts) der Schweiz vor und greifen zufällig eine Person heraus (alle Personen haben die gleiche Wahrscheinlichkeit, herausgegriffen zu werden). Sei A die Menge der RaucherInnen und B die Menge der AutofahrerInnen. Wir wollen die Wahrscheinlichkeit berechnen, eine Person herauszugreifen, die RaucherIn oder AutofahrerIn ist (oder beides) $P[A \cup B]$. Gilt dabei $P[A \cup B] = P[A] + P[B]$? Begründen Sie Ihre Antwort!

Lösung: Nein, denn so würde man die rauchenden AutofahrerInnen doppelt zählen!

FS13 - Aufgabe 1e)

In einer bestimmten Region gibt es mit 90% Wahrscheinlichkeit in den kommenden 5 Jahren mindestens ein Erdbeben der Stärke 5 oder mehr. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gibt es in den kommenden 10 Jahren mindestens ein Erdbeben der Stärke 5 oder mehr? Setzen Sie dabei voraus, dass die Anzahl Erdbeben in den Zeitperioden $[0, 5]$ und $[5, 10]$ Jahren unabhängig sind und gleichwahrscheinlich. Hier reicht es nicht, einfach das Resultat hinzuschreiben - die Berechnung muss ersichtlich sein.

Lösung: $0.9 + 0.9 - 0.9 \cdot 0.9 = 0.99 = 1 - 0.1 \cdot 0.1$

FS13 - Aufgabe 1d)

30% der Raucher bekommen in ihrem Leben einer Art von Krebs; 20% der Nichtraucher bekommen in ihrem Leben eine Art von Krebs. 60% der Population seien Nichtraucher; 40% Raucher. Welcher Anteil der Gesamtbevölkerung erkrant im Verlauf des Lebens an einem Krebs?

Lösung: $0.24 (= 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.6)$

Rep-FS12 - Aufgabe 1b)

Welche Werte können allgemein Wahrscheinlichkeiten annehmen (maximaler und minimaler Wert)?

Lösung: Minimum 0, Maximum 1

Rep-FS11 - Aufgabe 1c)

Es gelte $P[A] = 0.2, P[B] = 0.4, P[A \cap B] = 0.1$. Sind die Ereignisse A und B unabhängig voneinander?

Lösung: Nein $\quad (P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B))$

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

bekannte Verteilungen (Grundlagen)

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat183.html

"Rechnen mit bekannten Verteilungen" 1-Minuten-Aufgaben

FS14 - Aufgabe 1c)

X sein Bin(100, 0.01)-verteilt. Sie wollen $P[X = 2]$ berechnen. Benutzen Sie hierzu einerseits die exakte Rechnung, andererseits die bekannte Approximation mit Hilfe einer Poisson-Zufallsgrösse mit geeignet gewähltem Parameter.

Lösung: $\binom{100}{2} \cdot 0.01^2 \cdot 0.99^{98} \approx 0.185 \qquad e^{-1}\frac{1^2}{2!} \approx 0.184$

Rep-FS15 - Aufgabe 1f)

Pro Woche wird in Zürich durchschnittlich ein/e Briefträger/in von einem Hund gebissen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer gegebenen Woche kein/e einzige/r Briefträger/in gebissen wird? Wählen Sie dazu das mit diesen wenigen Angaben einzig sinnvolle Modell aus der Vorlesung!

Lösung: $e^{-1} = 0.368$

Rep-FS15 - Aufgabe 1g)

Pro Woche wird in Zürich durchschnittlich ein/e Briefträger/in von einem Hund gebissen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in zwei Wochen kein/e einzige/r Briefträger/in gebissen wird? Wählen Sie dazu das mit diesen wenigen Angaben einzig sinnvolle Modell aus der Vorlesung!

Lösung: $e^{-2} = 0.135$

Rep-FS12 - Aufgabe 1c)

Wie gross ist bei einem fairen Würfel die Wahrscheinlichkeit, dass beim fünften Wurf zum ersten Mal eine 6 kommt?

Lösung: $(5/6)^4 \cdot (1/6) \approx 0.08$

Rep-FS12 - Aufgabe 1d)

Wie gross ist bei einem fairen Würfel die Wahrscheinlichkeit, dass zehn Mal hintereinander keine 6 kommt?

Lösung: $(5/6)^{10} \approx 0.162$

Rep-FS19-Aufgabe 1e)

Sie haben eine faire Münze 10 mal geworfen und jedes Mal "Kopf" erhalten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie erst beim 13. Mal (von Anfang an gerechnet) zum ersten Mal "Zahl" erhalten?

Lösung: 0.125

Rep-FS21-Aufgabe 1e)

Sie werfen einen fairen Würfel. X sei die benötigte Anzahl Würfe, bis zum dritten Mal eine 6 kommt. Wie ist der Erwartungswert von X?

Lösung: 18

FS13 - Aufgabe 1g)

Man hat mit einem fairen Würfel schon 10 mal geworfen, ohne dass eine 6 kam. Wie lange dauert es jetzt noch im Durchschnitt, bis eine 6 kommt?

Lösung: 6 mal ($= 1/p$)

FS20-Aufgabe 3b.a)

In der Schweiz hat es 15 % Linkshänder. Sie haben eine Klasse von 25 Personen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es genau 7 Linkshänder hat?

Lösung: $\binom{25}{7}0.15^7 0.85^{18}$

FS20-Aufgabe 3b.b)

In der Schweiz hat es 20 % Linkshänder. Sie haben eine Klasse von 15 Personen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es genau 5 Linkshänder hat?

Lösung: $\binom{15}{5}0.2^5 0.8^{10}$

Rep-FS22-Aufgabe 1e)

Eine faire Münze wird 40'000 mal geworfen. X sei die Anzahl Kopf. Wie gross sind $E[X]$ und $V[X]$?

Lösung: $E[X] = 20'000, \quad V[X] = 10'000$

Rep-FS17-Aufgabe 1c)

Sei X eine Ge(0.5)-Zufallsgrösse. Wie gross ist $P[\ln(X) \in [0, 1]]$?

Lösung: 3/4

Rep-FS16 - Aufgabe 1c)

Sei X eine Bin(3, 0.5)-Zufallsgrösse. Wie gross ist $P[e^X \in [1, e^3]]$?

Lösung: 1 ($= P[X \leq 3]$)

Rep-FS16 - Aufgabe 1d)

Sei X eine Bin(4, 0.5)-Zufallsgrösse. Wie gross ist $P[e^X \in [2,4]]$?

Lösung: $P[X=1]=0.25$

FS13 - Aufgabe 1h)

Sei X poissonverteilt mit Parameter $\lambda \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie

$P[X=\lambda] - P[X=\lambda-1]$.

Lösung: 0

Rep-FS16 - Aufgabe 1b)

X sei Poisson-verteilt mit Parameter λ, wo λ eine natürliche Zahl ist. Bei welcher Zahl k gilt:

$$P[X=k] = P[X=k-1]?$$

Lösung: bei $\lambda = k$ (siehe ML)

Rep-FS18-Aufgabe 1e)

Geben Sie bei der Poisson-Verteilung

$$P(X=k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$

Zahlen λ, k derart an, dass $P(X=k) = P(X=k-1)$.

Lösung: alle Zahlenbeispiele wo $\lambda = k$ wobei $k \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$

Wahrscheinlichkeiten berechnen von "$X \pm Y$"

Rep-FS22-Aufgabe 1d)

Sei X eine χ^2_5-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(3,0.5)-Zufallsgrösse. Wir definieren $Z = X + Y$. Ist die Wahrscheinlichkeit $P[Z = 3]$ gleich a) 0, b) $\in (0,1)$ oder c) 1?

Lösung: 0

FS22-Aufgabe 1e)

Sei X eine $F_{2,3}$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(3,0.5)-Zufallsgrösse. Wir definieren $Z = X + Y$. Ist die Wahrscheinlichkeit $P[Z = 6]$ gleich a) 0, b) $\in (0,1)$ oder c) 1?

Lösung: 0

FS22-Aufgabe 1f)

Sei X eine $F_{5,6}$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(4,0.7)-Zufallsgrösse. Wir definieren $Z = X + Y$. Ist die Wahrscheinlichkeit $P[Z = 5]$ gleich a) 0, b) $\in (0,1)$ oder c) 1?

Lösung: 0

FS19-Aufgabe 1e)

Sei X eine Ge(0.5)-Zufallsgrösse (Vorsicht: welche Werte nimmt die Ge(p) an) und Y eine davon unabhängige Bin(4,0.5)-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X + Y = 2]$.

Lösung: $0.5\binom{4}{1}0.5^4 + 0.5^2\binom{4}{0}0.5^4 = 9/64$

Rep-FS20-Aufgabe 1d)

Sei X eine $\mathcal{N}(1,2)$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(10, 0.5)-Zufallsgrösse. Wir definieren $Z := X - Y$. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit $P[Z = -2]$?

Lösung: 0

FS20-Aufgabe 4b.a)

Sei X eine Bin(2,0.5)-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(3,0.5)-Zufallsgrösse.

Berechnen Sie $P[X + Y = 2]$.

Lösung: 5/16 $\quad (= P[X = 0, Y = 2] + P[X = 1, Y = 1] + P[X = 2, Y = 0])$

FS20-Aufgabe 4b.b)

Sei X eine Bin(4,0.5)-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Ge(1/3)-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X+2Y = 6]$.

Lösung: 49/432 $(= P[X = 0, Y = 3] + P[X = 2, Y = 2] + P[X = 4, Y = 1])$

FS20-Aufgabe 4b.c)

Sei X eine Ge(1/3)-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(4,2/3)-Zufallsgrösse.

Berechnen Sie $P[-X + Y = 1]$.

Lösung: 472/2187 $(= P[X = 1, Y = 2] + P[X = 2, Y = 3] + P[X = 3, Y = 4])$

FS20-Aufgabe 4b.d)

Sei X eine Ge(1/2)-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(3,1/3)-Zufallsgrösse.

Berechnen Sie $P[-X + 3Y = 2]$.

Lösung: 817/3456 $(= P[X = 1, Y = 1] + P[X = 4, Y = 2] + P[X = 7, Y = 3])$

FS20-Aufgabe 4b.e)

Sei X eine Bin(4, 1/2)-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(2,2/3)-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X-Y = 1]$.

Lösung: 11/36 $(= P[X = 1, Y = 0] + P[X = 2, Y = 1] + P[X = 3, Y = 2])$

Rep-FS19-Aufgabe 1c)

Sei X eine $\mathcal{N}(1, 2)$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige $\mathcal{N}(3, 4)$-Zufallsgrösse. Was ist $Z := X + Y$ für eine Zufallsgrösse? Geben Sie dazu entweder die Dichte, Verteilungsfunktion oder vollständige Bezeichnung an.

Lösung: Z ist eine $\mathcal{N}(4, 6)$-Zufallsgrösse

Rep-FS19-Aufgabe 1d)

Sei X eine $\mathcal{N}(1, 2)$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige $\mathcal{N}(3, 4)$-Zufallsgrösse. Was ist $Z := X - Y$ für eine Zufallsgrösse? Geben Sie dazu entweder die Dichte, Verteilungsfunktion oder vollständige Bezeichnung an.

Lösung: Z ist eine $\mathcal{N}(-2, 6)$-Zufallsgrösse

Rep-FS18-Aufgabe 1b)

Sei X eine $\mathcal{N}(1,9)$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige $\mathcal{N}(3,16)$-Zufallsgrösse. Sei $Z := X + Y$.

Berechnen Sie $P[Z \in [2,7]]$.

Lösung: ≈ 0.3811

Rep-FS21-Aufgabe 1d)

Sei X eine χ^2_3-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige $\mathrm{Ge}(0.5)$-Zufallsgrösse. Wir definieren $Z := X + Y$. Ist die Wahrscheinlichkeit $P[Z = 7]$ gleich a) 0, b) $\in (0,1)$ oder c) 1?

Lösung: 0

1-Minuten-Aufgaben zu "Was ist die Verteilung von ..."

Rep-FS20-Aufgabe 1b)

Sei X Be(0.6)-verteilt. Was ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion von $Y := X - X^3$?

Lösung: $P[Y = 0] = 1$

FS17-Aufgabe 1e) Sei X eine Be(p)-Zufallsgrösse. Wie ist die Verteilung von X^2?

Lösung: Be(p)

Rep-FS14 - Aufgabe 1d)

Was für eine Verteilung hat $Y := X^2$, wenn X eine Be(0.5)-Zufallsgrösse ist? Bitte präzise Antwort.

Lösung: Be(0.5)

Rep-FS19-Aufgabe 1b)

Sei X Be(0.5)-verteilt. Was ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion von $Y := X - X^2$?

Lösung: Nimmt Wert 0 mit W'keit 1 an

FS18-Aufgabe 1b)

Geben Sie eine Zufallsgrösse X an, welche mindestens 2 Werte mit Wahrscheinlichkeit grösser Null annimmt und für die gilt, dass X und X^2 die gleiche Verteilung haben (gleiche Wahrscheinlichkeitsfunktion).

Lösung: Be(p)

"VL-Skript Kapitel 6"

Rep-FS16 - Aufgabe 1g)

Welche χ^2-Verteilung entspricht genau welcher Exponentialverteilung (genaue Nennung von Parametern und Freiheitsgraden)?

Lösung: χ^2_2 =exp(0.5)

Rep-FS18-Aufgabe 1c)

Eine Forscherin stellt fest, dass in einer Untersuchung die Zeit bis zu einem nächsten Ereignis gedächtnislos ist. Wenn Sie lediglich diese Information haben: Welche beiden Verteilungen kommen mit dieser Information damit zur Modellierung der Übergangszeit überhaupt in Frage?

Lösung: Ge(p) und exp(λ)

FS21-Aufgabe 1k)

Geben Sie mit vollständiger Nennung der Parameter eine diskrete Verteilung an, die symmetrisch ist.

Lösung: Be(0.5) oder Bin(n, 0.5)

FS21-Aufgabe 1f)

Nennen Sie 3 Verteilungen aus Kapitel 6, die symmetrisch sind.

Lösung: Be(0.5) oder Bin(n, 0.5), U[a,b], Normal, t_n

FS21-Aufgabe 1e)

Nennen Sie 3 Verteilungen aus Kapitel 6, die nur Werte grösser gleich 0 annehmen.

Lösung: 3 von Bernoulli, Binomial, Geometrisch, Poisson, χ^2_n, $F_{n,m}$, $U[a \geq 0, b]$

FS21-Aufgabe 1l)

Welche beiden Verteilungen sind gedächtnislos?

Lösung: geometrisch und exponentiell

FS20-Aufgabe 2d)

Bei welchem Paar von diskreten Verteilungen (in MAT 183) ist bei passender Wahl der Parameter die eine Verteilung ein Spezialfall der anderen Verteilung?

1. Bin(p) / Ge(p), 2. Po(λ) / Be(p), 3. Bin(n,p) / Be(p)

Lösung: 3.

FS20-Aufgabe 2e)

Bei welchen *drei* diskreten Verteilungen (in MAT 183) ist bei passender Wahl der Parameter jeweils die eine Verteilung ein Spezialfall der anderen Verteilung?

1. Multinomial, Binomial, Be; 2. Multinomial, Poisson, Ge; 3. Poisson, Binomial, Uniform.

Lösung: 1.

FS20-Aufgabe 2f)

Bei welchem Paar von stetigen Verteilungen (in MAT 183) ist bei passender Wahl der Parameter die eine Verteilung ein Spezialfall der anderen Verteilung?

1. N und F, 2. χ^2 und exp, 3. U und F.

Lösung: 2.

FS21-Aufgabe 1g)

Geben Sie 2 Zufallsgrössen X und Y aus Kapitel 6 an, sodass $\sqrt{X} = |Y|$.

Lösung: $X \sim \chi_1^2$ und $Y \sim \mathcal{N}(0, 1)$

Rep-FS18-Aufgabe 1d)

Bei welcher Wahrscheinlichkeit p ist die Varianz der Bernoulliverteilung Be(p) maximal? Wie ist es mit der Binomialverteilung Bin(n, p)?

Lösung: $p = 0.5$, auch bei $p = 0.5$

Rep-FS20-Aufgabe 1c)

Sei X eine Bin(10, 0.5)-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige Bin(3, 0.5)-Zufallsgrösse. Was ist $Z := X + Y$ für eine Zufallsgrösse? Geben Sie entweder die Wahrscheinlichkeitsfunktion, Verteilungsfunktion oder die gebräuchliche vollständige Bezeichnung an.

Lösung: Bin(13, 0.5)

Rep-FS17-Aufgabe 1d)

Nennen Sie aus Kapitel 6 in der Vorlesung zwei Zufallsgrössen, deren Quadrat auch in Kapitel 6 vorkommt. Geben Sie allfällige Parameter exakt an. Es reicht nicht, wenn man für das zweite Beispiel einfach andere Parameter der gleichen Verteilung wählt.

Lösung: $(Be(p))^2 = Be(p), \quad (\mathcal{N}(0,1))^2 = \chi_1^2$

FS21-Aufgabe 1i)

Sei X eine χ_1^2-Zufallsgrösse. Begründen Sie mit einem Resultat aus Kapitel 6, warum $2X$ keine χ_2^2-Zufallsgrösse sein kann.

Lösung: $V[2X] = 4V[X] = 4V[\chi_1^2] = 4 \cdot 2 = 8 \neq Var(\chi_2^2) = 4$

FS21-Aufgabe 1d)

Sei X eine χ_4^2- und Y eine davon unabhängige χ_2^2-Zufallsgrösse. Wie ist die Verteilung von $X+Y$?

Lösung: χ_6^2

FS21-Aufgabe 1c)

Sei X eine χ_2^2- und Y eine davon unabhängige χ_5^2-Zufallsgrösse. Wie ist die Verteilung von $X+Y$?

Lösung: χ_7^2

Normalverteilung 1-Minuten Aufgaben

FS20-Aufgabe 2g)

Sei X eine $\mathcal{N}(3,4)$-Zufallsgrösse. Wo sind die Wendepunkte der Dichtefunktion?

Lösung: bei 1 und 5

FS08 - Aufgabe 1a)

Die Grösse von 25-jährigen Männern sei $\mathcal{N}(175 \text{ cm}, 36 \text{ cm}^2)$-verteilt. Wie viel Prozent der Männer sind grösser als 185 cm?

Lösung: $1 - \Phi(5/3) \approx 0.05$

FS08 - Aufgabe 1b)

In der Situation von a): wieviel Prozent der Männer grösser als 180 cm sind sogar grösser als 192cm?

Lösung: $P(A|B) = \frac{\Phi(17/6)}{\Phi(5/6)} \approx 0.013$

FS08 - Aufgabe 1c)

Sei $X \sim \mathcal{N}(5, \sigma^2)$-verteilt; $P[X > 9] = 0.2$. Berechnen Sie die Varianz.

Lösung: $\sigma \approx 4.76$

FS20-Aufgabe 2a)

Sei X eine $\mathcal{N}(0,1)$-Zufallsgrösse. Vergleichen Sie die Grössen $P[X^2 > 1]$ und $P[|X| > 1]$. Sind die Grössen a) gleich, b) $P[X^2 > 1] > P[|X| > 1]$, c) $P[X^2 > 1] < P[|X| > 1]$.

Lösung: sie sind gleich

FS20-Aufgabe 2b)

Sei X eine $\mathcal{N}(0,1)$-Zufallsgrösse. Vergleichen Sie die Grössen $P[X^2 \in [-1,1]]$ und $P[X \in [-1,1]]$. Sind die Grössen a) gleich, b) $P[X^2 \in [-1,1]] > P[X \in [-1,1]]$, c) $P[X^2 \in [-1,1]] < P[X \in [-1,1]]$

Lösung: sie sind gleich

Rep-FS14 - Aufgabe 1f)

Sie wollen $\int^{-(x-\mu)^2/2} dx$ angeben. In der Vorlesung wurde mehrfach gesagt, dass dies nicht so ohne weiteres geht.

Welche der unteren Antworten war der Grund?

A) es geht zwar schon, ist aber zu kompliziert; deshalb gibt es hinten im Storrer eine Tabelle dazu.

B) das Integral/die Stammfunktion ist nicht eindeutig.

C) es gibt keine explizite Stammfunktion hierzu, welche uns aus der MAT 182 oder MAT 183 bekannt wäre (ausser $\int_{-\infty}^{a} e^{-(x-\mu)^2/2} dx$ selber).

Lösung: C)

FS18-Aufgabe 1c)

X sei $\mathcal{N}(0,1)$-verteilt. Bei welchem a gilt: $P[X^2 > a] = 0.05$?

Lösung: $1.96^2 = 3.8416$

Chiquadrat-Verteilung

FS10 - Aufgabe 1b)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von $\mathcal{N}(0,1)$-Zufallsgrössen. Geben Sie die Verteilung von $\sum_{i=1}^n X_i^2$ an.

Lösung: χ_n^2

FS10 - Aufgabe 1c)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von $\mathcal{N}(0,1)$-Zufallsgrössen. Geben Sie die Verteilung von $\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2$ an, wo $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$.

Lösung: χ_{n-1}^2

FS10 - Aufgabe 1d)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von $\mathcal{N}(4,25)$-Zufallsgrössen. Geben Sie die Verteilung von $\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2/25$ an, wo $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$.

Lösung: χ_{n-1}^2

FS10 - Aufgabe 1e)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von $\mathcal{N}(4,25)$-Zufallsgrössen. Geben Sie die Verteilung von $\sum_{i=1}^n (X_i - 4)^2/25$ an, wo $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$.

Lösung: χ_n^2

FS16 - Aufgabe 1b)

X_1 sei eine $\mathcal{N}(1,1)$-Zufallsgrösse, X_2 eine $\mathcal{N}(2,4)$-Zufallsgrösse und X_3 sei eine $\mathcal{N}(3,9)$-Zufallsgrösse. Alle 3 Zufallsgrössen seien unabhängig voneinander. Wie ist die Verteilung von

$$(X_1 - 1)^2/1 + (X_2 - 2)^2/4 + (X_3 - 3)^2/9?$$

Lösung: $\chi_{df=3}^2$

FS15 - Aufgabe 1d)

Seien $X_i,\ 1 \leq i \leq n$, iid Zufallsgrössen aus der $\mathcal{N}(3,4)$-Verteilung. Wie müssen Sie in

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i - a)^2/b$$

die Konstanten a und b wählen, damit eine bekannte Verteilung aus der Vorlesung entsteht? Welche Verteilung liegt damit vor?

Lösung: $a = 3, b = 4 \rightarrow \chi_n^2$

Rep-FS14 - Aufgabe 1b)

Sei X eine standardnormalverteilte Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige χ_5^2-Zufallsgrösse. Geben Sie $P[X/Y \leq 0]$ an.

Lösung: 0.5 (da X symmetrisch um 0)

FS19-Aufgabe 1c)

Sei Y eine χ_1^2-Zufallsgrösse. Berechnen Sie ohne Taschenrechner mit Tabellen aus dem Storrer $P[Y > 1.69]$. Erklären Sie, wie Sie dies ohne Taschenrechner lösen konnten.

Lösung: $P[Y > 1.69] = 2 \cdot P[Z > \sqrt{1.69}] = 2(1 - \Phi(1.3)) = 0.1936$

FS22-Aufgabe 1g)

Sei X eine χ_1^2-Zufallsgrösse. Geben Sie $P[X \leq 3]$ an, mit Begründung

Lösung: $P[X \leq 3] = P[Z^2 \leq 3] = \Phi(\sqrt{3}) - \Phi(-\sqrt{3}) \approx 0.917$

FS22-Aufgabe 1h)

Sei X eine χ_1^2-Zufallsgrösse. Geben Sie $P[X \leq 2]$ an, mit Begründung

Lösung: $P[X \leq 2] = P[Z^2 \leq 2] = \Phi(\sqrt{2}) - \Phi(-\sqrt{2}) \approx 0.843$

t-Verteilung & Exponentialverteilung

Rep-FS14 - Aufgabe 1c)

Was gibt es für eine Zufallsgrösse, wenn man bei t_n den Freiheitsgrad gegen unendlich gehen lässt? Bitte präzise Antwort.

Lösung: $\mathcal{N}(0,1)$

Rep-FS11 - Aufgabe 1d)

X habe eine t-Verteilung mit 7384 Freiheitsgraden. Geben Sie $P[X > 1.96]$ an.

Lösung: $0.025 \quad (t_{7384} \approx \mathcal{N}(0,1))$

FS12 - Aufgabe 1e)

Sei T die Dauer, bis ein Atom zerfällt. Wir modellieren die Zeit bis zum Zerfall mit einer exponentialverteilten Zufallsgrösse mit Parameter $\lambda > 0$. Die Dichtefunktion ist also auf $[0, \infty)$ gleich $\lambda \exp(-\lambda t)$ und gleich 0 sonst. Angenommen, das Atom ist langlebig; ist dann λ eher gross oder eher klein?

Lösung: eher klein

Rep-FS16 - Aufgabe 1f)

Bei einer Exponentialverteilung sei der Parameter $\lambda = \ln 2$. Wie gross ist der Median?

Lösung: Median $= \frac{\ln(2)}{\lambda} = 1$

FS07 - Aufgabe 1h)

Plutonium 239 hat eine Halbwertszeit von etwa 24'000 Jahren. Wir gehen davon aus, dass keine nuklearen Interventionen stattfinden. Wie lange dauert es dann durchschnittlich, bis ein ausgewähltes Plutonium-239-Atom zerfällt?

Lösung: $E(X) = \frac{24000}{\ln(2)} \approx 34'625$ Jahre

FS17-Aufgabe 1h) Sei X eine exp(2)-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[2^X + 2 \leq 3]$.

Lösung: $P[X \leq 0] = 0$

Uniform-Verteilung $U[a, b]$

FS14 - Aufgabe 1f)

Sei X eine U[0,1]-Zufallsgrösse. Wie ist die Verteilung von $2X - 3$?

Lösung: $U[-3, -1]$

FS16 - Aufgabe 1c)

X sei $U[1, 3]$-verteilt. Wie ist der Median von $1/X$?

Lösung: $\tilde{x} = 1/2$

FS15 - Aufgabe 1c)

X sei $U[2, 4]$-verteilt. Wie ist der Median von $(X - 4)/8$?

Lösung: Median bei $-1/8$

FS18-Aufgabe 1e)

Sei X eine $U[0, 1]$-Zufallsgrösse. Wie ist $P[X = 1]$?

Lösung: 0 (da stetig)

FS17-Aufgabe 1c) X sei $U[0, 1]$-verteilt. Wie ist $P[1/X > 3]$?

Lösung: $P[X < 1/3] = 1/3$

FS17-Aufgabe 1d) X sei $U[0, 1]$-verteilt. Es gelte mit $b > 1$, dass $P[1/X > b] = 1/c$. Wie ist der Zusammenhang zwischen b und c?

Lösung: $b = c$

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

allgemeine Verteilungen

(stetige und diskrete)

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat183.html

FS13 - Aufgabe 1b)

Angenommen, der Erwartungswert einer Zufallsgrösse existiert. Nur eine der nachfolgenden Bahauptungen ist richtig, welche (bitte richtige Behauptung ankreuzen):

(A) Der Median ist immer grösser oder gleich dem Erwartungswert.

(B) Der Median ist immer kleiner oder gleich dem Erwartungswert.

(C) Der Median ist bei symmetrischer Dichtefunktion gleich dem Erwartungswert.

(D) Der Median ist nur bei symmetrischer Dichtefunktion gleich dem Erwartungswert.

Lösung: C

FS07 - Aufgabe 1g)

X sei eine stetige Zufallsgrösse. Wie gross kann

$$P[X \in [2,3]] - P[X \in (2,3)]$$

maximal sein?

Lösung: 0

FS07 - Aufgabe 1b)

X habe die folgende Dichtefunktion: $f(x) = K(\sin(x))^2$, $x \in [-1,1]$ und gleich 0 sonst; K ist dabei die Normierungskonstante. Geben Sie den Erwartungswert dieser Zufallsgrösse an.

Lösung: 0 (wegen Symmetrie)

FS06 - Aufgabe 1b)

X habe die folgende Dichtefunktion: $f(x) = K|\cos(x)|$, $x \in [-2,2]$; K ist dabei die Normierungskonstante. Geben Sie den Erwartungswert dieser Zufallsgrösse an.

Lösung: 0 (wegen Symmetrie)

FS19-Aufgabe 1f)

Die Dichtefunktion $f(x)$ einer Zufallsgrösse X sei $f(x) = K\sin(x)$ auf $[0,\pi]$ (und sei sonst 0). Berechnen Sie K und den Median.

Lösung: $K = 0.5$, Median ist (aus Symmetriegründen) $\pi/2$

FS19-Aufgabe 1b)

Eine Zufallsgrösse X nehme genau drei verschiedene Werte mit Wahrscheinlichkeit grösser Null an. Sie wissen, dass $P[X = 0] = 0.2$; die beiden anderen Werte seien gleichwahrscheinlich und um 1 verschieden. Zudem wissen Sie, dass $E[X] = 2$. Berechnen Sie die beiden anderen Werte, welche X auch mit Wahrscheinlichkeit grösser Null annimmt.

Lösung: $a = 2, b = 3$

Rep-FS17-Aufgabe 1f)

Geben Sie eine Zufallsgrösse mit Erwartungswert grösser Null an, bei der der Median doppelt so gross ist wie der Erwartungswert. Sie dürfen hierzu eine Zufallsgrösse selber konstruieren.

Lösung: z.B. $P[X = 10] = 0.6,\ P[X = -2.5] = 0.4$

FS07 - Aufgabe 1e)

Die tatsächlich gemessenen 5 Werte eines Versuches seien 3, 4, 5, 5.5, 6.3 mit arithmetischem Mittel 4.76. Danach werden die Zahlen in den Computer eingegeben und dabei wird genau eine dieser 5 Zahlen falsch eingegeben. Geben Sie an, wie sich das arithmetische Mittel im schlimmsten Fall vom wahren Mittelwert 4.76 entfernen kann.

Lösung: beliebig (ganz $\mathbb{R}$)

FS07 - Aufgabe 1f)

Die tatsächlich gemessenen 5 Werte eines Versuches seien wie in e) 3, 4, 5, 5.5, 6.3 mit arithmetischem Mittel 4.76. Danach werden die Zahlen in den Computer eingegeben und dabei wird genau eine dieser 5 Zahlen falsch eingegeben. Geben Sie den Absolutbetrag an, wie weit sich der Median im schlimmsten Fall vom wahren Median entfernen kann.

Lösung: um 1

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

Formeln für E(...) und V(...)

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat183.html

FS22-Aufgabe 1k)

Sei X eine $\mathcal{N}(2,3)$-Zufallsgrösse und Y eine $\mathcal{N}(3,4)$-Zufallsgrösse. X und Y seien unabhängig voneinander. Wie ist $Z := X + Y$ verteilt?

Sei U normalverteilt mit Erwartungswert 2 und Standardabweichung 3 und V normalverteilt mit Erwartungswert 3 und Standardabweichung 4; U und V seien unabhängig voneinander. Wie ist $W := U - V$ verteilt?

Lösung: $Z \sim \mathcal{N}(5,7)$ und $W \sim \mathcal{N}(-1,25)$

FS22-Aufgabe 1l)

Sei X eine $\mathcal{N}(5,6)$-Zufallsgrösse und Y eine $\mathcal{N}(7,8)$-Zufallsgrösse. X und Y seien unabhängig voneinander. Wie ist $Z := X + Y$ verteilt?

Sei U normalverteilt mit Erwartungswert 5 und Standardabweichung 6 und V normalverteilt mit Erwartungswert 7 und Standardabweichung 8; U und V seien unabhängig voneinander. Wie ist $W := 2U + V$ verteilt?

Lösung: $Z \sim \mathcal{N}(12,14)$ und $W \sim \mathcal{N}(17,208)$

FS20-Aufgabe 4a.a)

Sei X eine $F_{3,5}$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige t_8-Zufallsgrösse.

Wie sind $E[2X + 3Y]$ und $sd[4X + 5Y]$?

Lösung: $10/3$ und $\sqrt{1900}/3$

FS20-Aufgabe 4a.b)

Sei X eine $F_{2,7}$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige χ^2_8-Zufallsgrösse.

Wie sind $E[-5X + 2Y]$ und $sd[-3X + 2Y]$?

Lösung: 9 und $\sqrt{2629}/5$

FS20-Aufgabe 4a.c)

Sei X eine $F_{8,6}$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige $\exp(5)$-Zufallsgrösse.

Wie sind $E[2X - 3Y]$ und $sd[4X - 1Y]$?

Lösung: $12/5$ und $\sqrt{1351}/5$

FS20-Aufgabe 4a.d)

Sei X eine $F_{6,5}$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige $U[1,2]$-Zufallsgrösse.

Wie sind $E[3X - 1Y]$ und $sd[2X - 5Y]$?

Lösung: $7/2$ und $\sqrt{425}/\sqrt{12}$

FS20-Aufgabe 4a.e)

Sei X eine $F_{5,6}$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige $Po(3)$-Zufallsgrösse. Wie sind $E[-2X+3Y]$ und $sd[-4X+2Y]$?

Lösung: 6 und $\sqrt{384}/\sqrt{5}$

FS19-Aufgabe 1d)

Sei X eine $\exp(3)$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige t_5-Zufallsgrösse. Wie sind $E[aX+bY]$ und $sd[aX+bY]$?

Lösung: $E[aX+bY] = a/3, \quad \mathrm{sd}[aX+bY] = \sqrt{a^2/9 + 5b^2/3}$

FS18-Aufgabe 1d)

Sei X eine $F_{6,6}$-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige t_4-Zufallsgrösse. Wie sind $E[aX+bY]$ und $V[aX+bY]$?

Lösung: $E[aX+bY] = a \cdot \frac{3}{2} \quad V[aX+bY] = (a)^2 \cdot \frac{15}{4} + (b)^2 \cdot 2$

FS17-Aufgabe 1f) Sei X eine Be(p)-Zufallsgrösse und Y eine davon unabhängige $\exp(\lambda)$-Zufallsgrösse. Wie sind $E[aX+bY]$ und $V[aX+bY]$?

Lösung: $E = ap + \frac{b}{\lambda}, \ V = a^2p(1-p) + \frac{b^2}{\lambda^2}$

Rep-FS16 - Aufgabe 1e)

Sei X eine $\mathcal{N}(5,2)$-Zufallsgrösse, Y eine von X unabhängige χ^2_3-Zufallsgrösse und Z eine Bin(3,0.5)-Zufallsgrösse, welche von X und Y unabhängig ist. Geben Sie $E[4X+5Y+6Z]$ sowie $V[2X-3Y+2Z]$ an. Benötigen Sie die Unabhängigkeit bei den beiden Rechnungen?

Lösung: $E = 44, \ V = 65$ unabhängig nur bei V benötigt.

FS16 - Aufgabe 1d)

X sei exp(2)-verteilt. Wie ist $E[4X+9]$? Wie ist $E[3X^2]$?

Lösung: 11 3/2

Rep-FS17-Aufgabe 1e)

Was ist die durchschnittliche Augensumme, wenn man 3 faire Würfel wirft und die Augensummen zusammenzählt?

Lösung: $3 \cdot 3.5 = 10.5$

Rep-FS20-Aufgabe 1e)

In gewissen Büchern wird die Ge(p)-Verteilung derart modelliert, dass man die Anzahl *Misserfolge* bis zum Erfolg zählt und nicht wie bei uns die Anzahl Versuche. Wie sind dann neu der Erwartungswert und die Varianz einer so definierten Ge(p)-Zufallsgrösse?

Lösung: Erwarrungswert $\frac{1}{p} - 1$, Varianz $\frac{1-p}{p^2}$

Rep-FS15 - Aufgabe 1d)

Sei X eine $\mathcal{N}(3,4)$-Zufallsgrösse und Y eine von X unabhängige χ^2_4-Zufallsgrösse. Geben Sie jetzt $E[2X + 3Y]$ sowie $V[5X - 4Y]$ an.

Lösung: E: 18, V: 228

FS15 - Aufgabe 1b)

Seien X und Y zwei iid Zufallsgrössen mit Varianz grösser 0. Was ist grösser, $V[2X]$ oder $V[X+Y]$ (bitte Begründung)?

Lösung: $V(2X) = 4V(X) > 2V(X) = V(X + Y)$

FS15 - Aufgabe 1e)

X sei $U[-0.5, 0.5]$-verteilt. Wie ist $E[3X + 2]$? Wie ist $V[3X + 2]$?

Lösung: $E(3X + 2) = 2, V(3X + 2) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

FS14 - Aufgabe 1d)

X sei $\mathcal{N}(2,4)$-verteilt. Berechnen Sie die Varianz von $(X - 3)/8$.

Lösung: $V((X - 3)/8) = V(X/8) = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$

Rep-FS13 - Aufgabe 1b)

X_1 und X_2 seien zwei iid Zufallsgrössen. Was ist grösser: $V[2X_1]$ oder $V[X_1 + X_2]$ (mit Rechnung)?

Lösung: $4\sigma^2 = V(2X_1) > V(X_1 + X_2) = 2\sigma^2$

Rep-FS13 - Aufgabe 1c)

X_1, X_2 und X_3 seien drei iid Zufallsgrössen. Was ist grösser: $V[X_1]$ oder $V[(X_1 + X_2 + X_3)/3]$ (mit Rechnung)?

Lösung: $\frac{3}{9}\sigma^2 = V((X_1 + X_2 + X_3)/3) < V(X_1) = \sigma^2$

Rep-FS13 - Aufgabe 1d)

X sei eine Ge(0.3)-Zufallsgrösse, Y sei eine von X unabhängige U[3,5]-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $E[X+Y]$ und $V[X+Y]$.

Lösung: $E(X+Y) = \frac{22}{3}$ und $V(X+Y) = \frac{0.7}{(0.3)^2} + \frac{4}{12} \approx 8.11$

Rep-FS13 - Aufgabe 1e)

X sei eine Ge(0.3)-Zufallsgrösse, Y sei eine von X unabhängige Ge(0.5)-Zufallsgrösse. Berechnen Sie die Standardabweichung von $X-Y$.

Lösung: $sd(X-Y) = \sqrt{V(X-Y)} = \sqrt{V(X)+V(Y)} = \sqrt{\frac{0.7}{(0.3)^2} + \frac{0.5}{(0.5)^2}} \approx 3.127$

FS13 - Aufgabe 1f)

Sei $(X_i)_{i=1}^n$ eine Folge von iid Be(p)-Zufallsgrössen. Sei $\overline{X}$ das arithmetische Mittel (als Zufallsgrösse). Wie gross ist $V(\overline{X})$?

Lösung: $V(\overline{X}) = \frac{n \cdot p(1-p)}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n}$

Rep-FS11 - Aufgabe 1e)

X habe eine Bin(2, 0.5)-Verteilung, Y habe eine Bin(2, 0.8)-Verteilung; geben Sie den Erwartungswert von $X+Y$ an.

Lösung: 2.6

Rep-FS11 - Aufgabe 1f)

X habe eine Bin(2, 0.5)-Verteilung, Y habe eine Bin(2, 0.8)-Verteilung; geben Sie die Varianz von $X+Y$ an, wenn X und Y unabhängig sind.

Lösung: 0.82

FS11 - Aufgabe 1f)

Ändert sich die (allenfalls unbekannte) Standardabweichung eines X_1 einer Stichprobe $(X_1, \ldots, X_n)$, wenn man das n erhöht?

Lösung: Nein (σ ist fix)

FS09 - Aufgabe 1b)

Sei X eine $\mathcal{N}(2,5)$-Zufallsgrösse und Y eine Ge(0.5)-Zufallsgrösse, X sei unabhängig von Y. Geben Sie den Erwartungswert und die Varianz von

$$3X - Y$$

an. Sie dürfen dazu Resultate aus dem Skript benutzen.

Lösung: $E(3X-Y) = 4 \quad V(3X-Y) = 47$

FS07 - Aufgabe 1d)

Sei X eine $\mathcal{N}(4,16)$-Zufallsgrösse. Geben Sie $E[X^2] + E[X]^2$ an.

Lösung: $32 + 16 = 48$

FS06 - Aufgabe 1c)

Sei X eine $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$-Zufallsgrösse und Y eine $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2/2)$-Zufallsgrösse. Die Zufallsgrössen seien unabhängig voneinander. Berechnen Sie die Standardabweichung von $X+Y$.

Lösung: $sd(X+Y) = \sigma\sqrt{3/2}$

FS06 - Aufgabe 1d)

Sei X eine $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$-Zufallsgrösse und Y eine $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2/2)$-Zufallsgrösse. Die Zufallsgrössen seien unabhängig voneinander. Berechnen Sie die Standardabweichung von $X-Y$.

Lösung: $sd(X-Y) = \sigma\sqrt{3/2}$

FS06 - Aufgabe 1e)

Sei X eine $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$-Zufallsgrösse und $Y(\omega) := X(\omega)$ für alle $\omega \in \Omega$..Berechnen Sie die Standardabweichung von $X-Y$.

Lösung: $sd(X-Y) = 0$

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

R-Befehle

Homepage / Webseite:

`www.mathcourses.ch/mat183.html`

FS22-Aufgabe 1m)

Wogegen konvergiert `mean(rf(n, 6, 5))` wenn $n \to \infty$?

Lösung: 5/3

FS22-Aufgabe 1n)

Wogegen konvergiert `mean(rf(n, 5, 9))` wenn $n \to \infty$?

Lösung: 9/7

Rep-FS19-Aufgabe 1g)

Genau einer der beiden Ausdrücke liefert ein Resultat in R, welcher und was ist das Resultat (Tabellenwert reicht)?

`probt(2.447, df=6)` oder `pt(2.447, df=6)`?

Lösung: `pt(2.447, df=6)` $= 0.975$

Rep-FS20-Aufgabe 1g)

Genau einer der beiden Ausdrücke liefert ein Resultat in R, welcher und was ist das Resultat (Tabellenwert reicht)?

`pchisq(10.645, df=6)` oder `qchisq(10.645, df=6)`?

Lösung: `pchisq(10.645, df=6)` $= 0.9 \quad (= P(\chi^2_6 \leq 10.645))$

Rep-FS18-Aufgabe 1f)

Was ist das Resultat des R Ausdrucks $\text{pt}(1.708, \text{df} = 25)$?

Lösung: 0.95

FS20-Aufgabe 2i)

Sie wollen in R bei der Bernoulli-Verteilung mit Erfolgswahrscheinlichkeit 0.5 den Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle 0 herausfinden. Welcher Befehl liefert Ihnen diesen Wert? `pbinom(0.4,1,0.5)`, `pbinom(0,0.5)`, `qbinom(0.4,1,0.5)`, `qbinom(0,1,0.5)`, `pbinom(1,1,0.5)`.

Lösung: `pbinom(0.4,1,0.5)`

Rep-FS14 - Aufgabe 1e)

Wenn Sie in R den Befehl $\text{rbinom}(100, 100, 0.5) - 50$ eingeben, wieviele Realisationen erhalten Sie und was ist der theoretische Mittelwert davon?

Lösung: $n = 100$ und $E = 0$

Rep-FS15 - Aufgabe 1e)

Wenn Sie in R den Befehl rnorm$(200, 100, 2) - 60$ eingeben, wieviele Realisationen erhalten Sie und was ist der theoretische Mittelwert und die theoretische Varianz davon?

Lösung: 200 Real. $\mu = 40, \sigma^2 = 4$

FS14 - Aufgabe 1e)

Wenn Sie in R den Befehl eingeben: **rnorm(20,2,5) - rnorm(20,4,9)**, wie gross ist die Stichprobe, welche Sie erhalten und aus welcher theoretischer Verteilung stammt sie?

Lösung: $n = 20$ mit Verteilung $\mathcal{N}(-2, 106)$ (da unabhängige Stichproben)

FS18-Aufgabe 1f)

Wogegen konvergiert `mean(rnorm(n, 1, 4))` wenn $n \to \infty$?

Lösung: 1

FS18-Aufgabe 1g)

Wogegen konvergiert `var(rnorm(n, 1, 4))` wenn $n \to \infty$?

Lösung: 16

FS19-Aufgabe 1g)

Wogegen konvergiert `mean(rf,(n, 6, 4))` wenn $n \to \infty$?

Lösung: 2

FS19-Aufgabe 1h)

Wogegen konvergiert `var(rf,(n, 6, 5))` wenn $n \to \infty$?

Lösung: 25/3

FS17-Aufgabe 1g)

Wogegen konvergiert in R "sum(rchisq(n, 3))/n" wenn $n \to \infty$ und weshalb?

Lösung: 3, LLN

FS16 - Aufgabe 1f)

Wogegen konvergiert in R "$sum(rexp(n, 3))/n$" wenn $n \to \infty$ und weshalb?

Lösung: 1/3 (LLN)

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

Z-Transformation

Homepage / Webseite:

`www.mathcourses.ch/mat183.html`

Rep-FS22-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(5,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in (2,6]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(0.5) - \Phi(-1.5) \approx 0.625$

FS22-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(10,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [8,13]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(1) - \Phi(-2/3) \approx 0.589$

FS22-Aufgabe 1b)

Sei X eine $\mathcal{N}(4,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [6,8]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(4/3) - \Phi(2/3) \approx 0.161$

Rep-FS21-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(20,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in (19,22]]$; wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(1) - \Phi(-0.5) = 0.53281$

FS21-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(3,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [1,4]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(0.5) - \Phi(-1) \approx 0.5328$

FS21-Aufgabe 1b)

Sei X eine $\mathcal{N}(4,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [3,6]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(2/3) - \Phi(-1/3) \approx 0.3785$

Rep-FS20-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(-2,5)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in (-3,0]]$; wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(2/\sqrt{5}) - \Phi(-1/\sqrt{5}) \approx 0.48709$

FS20-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(3,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [0,4]]$.

Lösung: $\Phi(0.5) - \Phi(-1.5) \approx 0.6247$

FS20-Aufgabe 1b)

Sei X eine $\mathcal{N}(3,2)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [1,5]]$.

Lösung: $\Phi(1.41) - \Phi(-1.41) \approx 0.8427$

FS20-Aufgabe 1c)

Sei X eine $\mathcal{N}(4,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [1,3]]$.

Lösung: $\Phi(-0.5) - \Phi(-1.5) \approx 0.2417$

FS20-Aufgabe 1d)

Sei X eine $\mathcal{N}(-2,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [-1,1]]$.

Lösung: $\Phi(1.5) - \Phi(0.5) \approx 0.2417$

FS20-Aufgabe 1e)

Sei X eine $\mathcal{N}(-1,3)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [-1,0]]$.

Lösung: $\Phi(0.5774) - \Phi(0) \approx 0.2181$

FS20-Aufgabe 1f)

Sei X eine $\mathcal{N}(4,2)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [1,5]]$.

Lösung: $\Phi(0.7071) - \Phi(-2.1213) \approx 0.7433$

FS20-Aufgabe 1g)

Sei X eine $\mathcal{N}(1,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [-3,-1]]$.

Lösung: $\Phi(-0.6667) - \Phi(-1.3333) \approx 0.1613$

FS20-Aufgabe 1h)

Sei X eine $\mathcal{N}(-2,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [-3,1]]$.

Lösung: $\Phi(1) - \Phi(-0.3333) \approx 0.4719$

Rep-FS19-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(8,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in (2,11]]$; wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(1) - \Phi(-2) \approx 0.8185$

FS19-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(2,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [1,5]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(1.5) - \Phi(-0.5) = 0.9332 - 0.3085 = 0.6247$

Rep-FS18-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(-2,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [-1,3]]$.

Lösung: ≈ 0.3023

FS18-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(27,25)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [22,31]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: ≈ 0.6294

Rep-FS17-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(20,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [15,22]]$.

Lösung: $F(2/3) - F(-5/3) \approx 0.6959$

Rep-FS17-Aufgabe 1b)

Sei X eine $\mathcal{N}(20,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [-3,38]]$.Runden Sie das Resultat auf 3 Stellen nach dem Komma.

Lösung: 1

FS17-Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(2,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [-1,0]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $F(-1) - F(1.5) \approx 0.0919$

Rep-FS16 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(2,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [5,6]]$.

Lösung: $F(2) - F(1.5) \approx 0.044$

FS16 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(9,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [7,13]]$. Wir wollen die Z-Transformation explizit sehen.

Lösung: $F(2) - F(-1) \approx 0.9772 - 0.1587 = 0.8185$

Rep-FS15 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(8,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [10,11]]$.

Lösung: $0.8413 - 0.7454$

FS15 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(12,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [11,14]]$. Wir wollen die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(1) - \Phi(-0.5) \approx 0.5328$

Rep-FS14 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(-2,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [0,2]]$.

Lösung: $\Phi(2) - \Phi(1) \approx 0.1359$

FS14 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(2,81)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [0,4]]$.

Lösung: $\Phi(2/9) - \Phi(-2/9) \approx 0.1742$

Rep-FS13 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(8,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [3,11]]$.

Lösung: $\Phi(1) - \Phi(-5/3) \approx 0.7918$

FS13 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(5,36)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [3,7]]$.

Lösung: $\Phi(1/3) - \Phi(-1/3) \approx 0.2586$

Rep-FS12 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(-1,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [2,6]]$.

Lösung: $\Phi(7/3) - \Phi(1) \approx 0.15$

FS12 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(9,81)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P(X \in [8,15])$.

Lösung: $\Phi(2/3) - \Phi(-1/9) \approx 0.2932$

Rep-FS11 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(2,4)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P[X \in [0,5]]$.

Lösung: $\Phi(1.5) - \Phi(-1) \approx 0.7745$

FS11 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(5,9)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P(X \in [4,6])$.

Lösung: $\Phi(1/3) - \Phi(-1/3) \approx 0.26$

FS10 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(80,100)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P(X \in [70,102])$. Wir wollen dabei die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(2.2) - \Phi(-1) \approx 0.827$

FS09 - Aufgabe 1a)

Sei X eine $\mathcal{N}(4,36)$-Zufallsgrösse. Berechnen Sie $P(X \in (5,8))$. Wir wollen dabei die Z-Transformierte explizit sehen.

Lösung: $\Phi(2/3) - \Phi(1/6) \approx 0.1784$

FS08 - Aufgabe 1a)

Die Grösse von 25-jährigen Männern sei $\mathcal{N}(175 \text{ cm}, 36 \text{ cm}^2)$-verteilt.

Wie viel Prozent der Männer sind grösser als 185 cm?

Lösung: $1 - \Phi(5/3) \approx 0.05$

FS07 - Aufgabe 1a)

X sei $\mathcal{N}(8,9)$-verteilt. Berechnen Sie $P(5 < X < 9)$. Wir wollen hier die Z-Transformation explizit sehen!

Lösung: $\Phi(1/3) - \Phi(-1) \approx 0.47$

FS06 - Aufgabe 1a)

X sei $\mathcal{N}(4, 16)$-verteilt. Berechnen Sie $P(3 < X < 9)$. Wir wollen hier die Z-Transformation explizit sehen!

Lösung: $\Phi(5/4) - \Phi(-1/4) \approx 0.493$

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

zur F-Tabelle

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat183.html

Rep-FS20-Aufgabe 1f)

X sei $F_{m,12}$-verteilt. Bei welchem m gilt $P[X \leq 2.796] = 0.95$?

Lösung: $m = 9$

Rep-FS21-Aufgabe 1f)

X sei $F_{8,n}$-verteilt. Bei welchem n gilt $P[X \leq 2.849] = 0.95$?

Lösung: $n = 12$

Rep-FS19-Aufgabe 1f)

X sei $F_{3,n}$-verteilt. Bei welchem n gilt $P[X \leq 2.991] = 0.95$?

Lösung: $n = 25$

Rep-FS21-Aufgabe 1g)

X sei $F_{m,n}$-verteilt. Bei welchem m, n gilt $P[X \leq 2.849^{-1}] = 0.05$?

Lösung: $m = 12, n = 8$

FS21-Aufgabe 1m)

Sei $XF_{2,3}$-verteilt. In der F-Tabelle finden Sie die Werte a, sodass $P[X \leq a] = 0.95$. Finden Sie jetzt den Wert b, sodass gilt $P[X \leq b] = 0.05$. Tipp: Schauen Sie allgemein, wie die $F_{m,n}$-Verteilung aufgebaut ist und achten Sie auf die *Reihenfolge* der Freiheitsgrade.

Lösung: $a = 9.552, b = 1/19.16 = 0.052192$

FS21-Aufgabe 1n)

Sei $XF_{3,2}$-verteilt. In der F-Tabelle finden Sie die Werte a, sodass $P[X \leq a] = 0.95$. Finden Sie jetzt den Wert b, sodass gilt $P[X \leq b] = 0.05$. Tipp: Schauen Sie allgemein, wie die $F_{m,n}$-Verteilung aufgebaut ist und achten Sie auf die *Reihenfolge* der Freiheitsgrade.

Lösung: $a = 19.16, b = 1/9.552 = 0.10469$

MAT183 PVK

1-Minuten-Aufgaben

Statistik

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat183.html

Konfidenzintervall 1-Minuten-Aufgaben

Rep-FS22-Aufgabe 1f)

Eine faire Münze wird 40'000 mal geworfen. X sei die Anzahl Kopf: Geben Sie einen um $E[X]$ zentrierten Bereich K an, sodass

$$P[X \in K] = 0.95$$

(sie können 1.96 gleich 2 setzen - aber machen Sie dafür bitte ein $\doteq$ statt ein $=$).

Lösung: $[19800, 20200]$

FS20-Aufgabe 2c)

Welcher Ausdruck kommt in dieser Vorlesung als Konfidenzintervall vor?

a) $[\bar{x} \pm \hat{\sigma} CV/\sqrt{n}]$ oder b) $[\tilde{x} \pm \hat{\sigma} CV/\sqrt{n}]$

Lösung: a)

FS10 - Aufgabe 1f)

Bei der Berechnung eines Konfidenzintervalles (aus der Vorlesung) wird die Datenmenge um den Faktor 16 erhöht. Allfällige Schätzungen von Mittelwerten und Varianzen bleiben auch mit mehr Daten etwa gleich. Wie verändert sich die Breite des Konfidenzintervalles?

Lösung: Die Breite wird um den Faktor 4 kleiner

FS20-Aufgabe 11h)

Wie verändert sich das Konfidenzintervall, wenn mit normalverteilten Stichproben die Varianz geschätzt werden muss, anstatt sie apriori zu kennen?

i) es wird grösser, ii) es bleibt gleich, iii) es wird kleiner,

iv) das hängt von der konkreten Realisation der Stichprobe ab.

Lösung: iv)

Rep-FS21-Aufgabe 1c)

Muss man zur Berechnung von Konfidenzintervallen auch Hypothesen kennen? Antwort JA/NEIN reicht

Lösung: Nein

Hypothesentests 1-Minuten-Aufgaben

Rep-FS11 - Aufgabe 1b)

In einer statistischen Testsituation erhält man einen P-Wert von 3.8 %. Das α sei 5 %. Werden Sie jetzt $\mathcal{H}_0$ annehmen oder ablehnen?

Lösung: $\mathcal{H}_0$ ablehnen

FS09 - Aufgabe 1d)

In einem statistischen Test arbeiten Sie mit einem α von 5%. Der P-Wert im Versuch ist 0.0004. Welche Entscheidung werden Sie treffen? $\mathcal{H}_0$ oder $\mathcal{H}_1$ annehmen?

Lösung: $\mathcal{H}_1$ annehmen

FS06 - Aufgabe 1f)

In einem statistischen Test zum Niveau $\alpha = 5\%$ erhielt man einen P-Wert von 0.00345. Werden Sie jetzt die Nullhypothese annehmen oder ablehnen?

Lösung: Nullhypothese $\mathcal{H}_0$ ablehnen

FS06 - Aufgabe 1g)

In einem statistischen Test erhielt man einen P-Wert von 0.0333. Wie gross darf das α maximal sein, damit man die Nullhypothese **nicht** ablehnt?jetzt die Nullhypothese annehmen oder ablehnen (nennen Sie die Grenze!)?

Lösung: 0.0333

FS11 - Aufgabe 1g)

Wie ist bei einer stetigen Zufallsgrösse unter $\mathcal{H}_0$ der P-Wert verteilt?

Lösung: $U[0, 1]$

FS10 - Aufgabe 1g)

Sie machen drei Test je auf dem Niveau $\alpha = 0.05$. Geben Sie eine nichttriviale Abschätzung nach oben an für die Wahrscheinlichkeit, dass unter $\mathcal{H}_0$ mindestens ein Test ein signifikantes Resultat liefert.

Lösung: $\leq 0.15 \quad (= 3 \cdot 0.05)$

Rep-FS21-Aufgabe 1b)

Wie nennt man bei einem Test $1-\beta$?

Lösung: Power (Macht)

FS22-Aufgabe 1o)

Sie wollen herausfinden, ob in einer kommenden Volksabstimmung die Deutschschweiz anders stimmen wird als die romanische Schweiz. Dazu machen Sie eine Umfrage. In der Deutschschweiz geben von 84 Personen 24 an, dass sie in einer kommenden Volksabstimmung mit JA stimmen wollen, die anderen NEIN. In der romanischen Schweiz sind von 42 Befragten 12 dafür und der Rest dagegen. Werden Sie bei einem Test auf dem 5 % - Niveau $\mathcal{H}_0$ beibehalten, dass es keinen signifikanten Unterschied bei den Zustimmungsraten gibt?

Lösung: $\mathcal{H}_0$ beibehalten (TS=0)

FS07 - Aufgabe 1c)

Die Teststatistik X habe eine t_n-Verteilung. Dummerweise haben Sie jetzt aber das n vergessen. Der Wert von X sei im konkreten Fall 34.7. Sie wollen auf dem 5%-Niveau einen Test machen. Werden Sie die Nullhypothese beibehalten oder ablehnen?

Lösung: ablehnen

FS20-Aufgabe 11i)

Wie verändert sich der absolute kritische Wert zu gegebenem Signifikanzniveau α, wenn in einem statistischen Test die Statistik mittels einer t_n-Verteilung anstelle einer Normalverteilung modelliert werden muss?
i) er wird grösser, ii) er bleibt gleich, iii) er wird kleiner, iv) das hängt von der Stichprobengrösse n ab.

Lösung: er wird grösser

Rep-FS12 - Aufgabe 1e)

Mit der Notation aus der Vorlesung, was gibt: $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})$? Wie lautet das theoretische pendant auf der Ebene von Erwartungswerten?

Lösung: $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})=0$; $E((X-\mu)=0$

FS11 - Aufgabe 1d)

Aus welchem Grund quadriert man die Differenzen (zwischen den einzelnen Stichprobenwerten und dem Stichprobenmittelwert) bei der Definition der empirischen Varianz resp. Standardabweichung? Was kommt als Resultat heraus, wenn man das vergisst?

Lösung: weil sich sonst die pos. + neg. Abweichungen aufheben; 0

Chiquadrat-Test 1-Minuten-Aufgaben

FS20-Aufgabe 2h)

Warum nimmt man beim Vierfeldertest auf Unabhängigkeit die absoluten Werte und nicht die prozentualen Anteile? Multiple choice: 1. Es ist einfacher, führt aber durch Kürzen sowieso zum gleichen Resultat; 2. Weil die absoluten Anzahlen hier eben genau eine zentrale Rolle spielen, damit etwas allenfalls signifikant ist; 3. Man hat häufig nur die absoluten Werte.

Lösung: 2. ist richtig

FS12 - Aufgabe 1f)

Sie wollen testen, ob ein Würfel fair ist oder nicht. Dazu werfen Sie ihn 60 mal und erhalten 8 mal die Augenzahl 1, 6 mal die Augenzahl 2, 14 mal die Augenzahl 3, 10 mal die Augenzahl 4, 11 mal die Augenzahl 5 und 11 mal die Augenzahl 6. Angenommen, Sie testen zum Beispiel mit einem χ^2-Anpassungstest zu einem gewissen α, ob der Würfel fair ist oder nicht und kommen zum Schluss, dass er fair ist. Jetzt machen Sie den Versuch nochmals mit 10 mal mehr Daten und erhalten bei 600 Würfen 80 mal die Augenzahl 1, 60 mal die Augenzahl 2, 140 mal die Augenzahl 3, 100 mal die Augenzahl 4, 110 mal die Augenzahl 5 und 110 mal die Augenzahl 6 - also die gleichen Proportionen wie vorhin! Führt das bei gleichem α auch zwingend zum Schluss, dass der Würfel fair ist?

Lösung: Nein

FS09 - Aufgabe 1e)

In einer 2x2-Tabelle wollen Sie einen χ^2-Test auf Unabhängigkeit durchführen. Zu Beginn haben Sie nur 20 Untersuchungsobjekte. $n_{11} = 6, n_{21} = 4, n_{12} = 4, n_{22} = 6$. Jetzt steigern Sie die Anzahl der Untersuchungsobjekte auf 20000 und diese Verteilen sich auf die 2x2-Tabelle in der folgenden Art: $n_{11} = 6000, n_{21} = 4000, n_{12} = 4000, n_{22} = 6000$. Sie haben also die gleiche prozentuale Aufteilung! Wenn Sie auf dem 5%-Niveau einen χ^2-Test auf Unabhängigkeit durchführen, welche Entscheide werden Sie in den beiden obigen Situationen treffen? Sie können das Resultat (den Entscheid für $\mathcal{H}_0$ oder $\mathcal{H}_1$) einfach ohne Rechnung hinschreiben. Geben Sie dabei klar an, bei welcher Anzahl Untersuchungsobjekte Sie welchen Entscheid treffen.

Lösung: $n = 20 \Rightarrow \mathcal{H}_0$ annehmen, $n = 2000 \to \mathcal{H}_1$ annehmen

Anova 1-Minuten-Aufgaben

FS20-Aufgabe 11a)

Haben wir in unserer MAT 183 Vorlesung bei einer ANOVA jemals derart getestet, dass $\mathcal{H}_0$ bei kleinen Werten abgelehnt werden musste? (Ja/Nein)

Lösung: Nein

FS20-Aufgabe 11b

Die Teststatistik der ANOVA ist in gewissen Spezialfällen Quadrat oder Wurzel von welcher Statistik? t mit einer Stichprobe, χ^2 auf Unabhängigkeit, χ^2 Anpassung, t mit zwei Stichproben, 2-Stichprobenproportionentest.

Lösung: t-Test mit 2 Stichproben

FS16 - Aufgabe 1e)

Seppli macht eine ANOVA, bei der er alle Längenangaben in Kilometer statt der SI-Einheit Meter macht. Die betreuende Person kritisiert ihn dafür und sagt, er solle bitte alles in Metern machen. Wie ändert sich die Teststatistik?

Lösung: ändert sich nicht

Lineare Regression 1-Minuten-Aufgaben

FS20-Aufgabe 11d)

Liegt der Punkt $(\bar{x}, \bar{y})$ auf der Regressionsgeraden, wenn diese nach OLS berechnet wurde? (Ja/Nein)

Lösung: Ja

FS20-Aufgabe 11c)

In der Naturwissenschaft und Technik (MINT-Fächer) muss man bei der Berechnung des Korrelationskoeffizienten die Daten in der SI-Einheit eingeben, sonst ist er falsch (stimmt / stimmt nicht)?

Lösung: stimmt nicht

FS16 - Aufgabe 1g)

In R sei in a ein Datensatz der Länge 10 abgelegt. Jetzt bilden Sie "$b <- 3a + 4$".

Wie ist die Korrelation zwischen a und b?

Lösung: +1 ("perfekte Gerade mit pos. Steigung")

FS06 - Aufgabe 1h)

(Notation aus Kapitel 10) Angenommen, in einem Datensatz $(x_i, y_i)_{i=1}^n$ gilt:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 = 1.$$

Wie ist das Verhältnis K zwischen $\hat{\beta}_1$ und r_{xy}:

$$\hat{\beta}_1 = K \cdot r_{xy}$$

Geben Sie K an.

Lösung: $K = 1$

FS11 - Aufgabe 1e)

Warum kann man aus einem erhöhten Anteil von Herzproblemen oder Krebsfällen unter Rauchern nicht zwangsweise auf eine Kausalität schliessen (in dem Sinne dass Rauchen zu Herzproblemen bzw. Krebs führt)?

Lösung: es könnte auch sein, dass eine Drittvariable beide Merkmale beeinflusst

FS11 - Aufgabe 1c)

Bei einer einfachen Regression kommen Sie erstmal zum Schluss, dass die Steigung gleich Null ist. Danach wollen Sie noch testen, ob auch der y-Achsenabschnitt (intercept) gleich Null ist. Welchem bekannten Test aus Kapitel 9 entspricht dann dieser verbleibende Test?

Lösung: t-Test

FS20-Aufgabe 11f)

Bei der linearen Regression machen wir die Annahme, dass die $(Y_i)_{i=1}^n$ unabhängig sind? (Ja/Nein)

Lösung: Ja

FS20-Aufgabe 11g)

Bei der linearen Regression machen wir die Annahme, dass die $(Y_i)_{i=1}^n$ die gleiche Verteilung haben? (Ja/Nein)

Lösung: Nein

FS20-Aufgabe 11e)

Bei der linearen Regression machen wir die Annahme, dass Y_i die folgende Verteilung hat:

$\mathcal{N}(\beta_0 + \beta_1 x_i, x_i\sigma^2)$, t_{n-2}, $\mathcal{N}(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$, $\mathcal{N}(\beta_0 + \beta_1 x_i^2, \sigma^2)$, $\mathcal{N}(y_i - \bar{y}, \sigma^2)$,

Lösung: $\mathcal{N}(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$