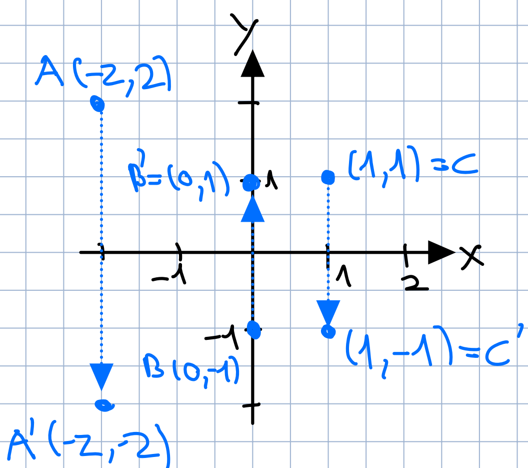
Spiegeln an der x-Achse:



$\Rightarrow$ x-Wert bleibt gleich

y-Wert ändert das Vorzeichen

$$\Rightarrow (x, y) \mapsto (x, -y)$$

$$\text{bzw. } \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1x + 0y \\ 0x - 1 \cdot y \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Zusätzlich:

Lineare Abbildung: Spiegeln an der x-Achse

Abbildungsmatrix für eine Spiegelung an der x-Achse:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Lineare Abbildung: Spiegeln an der y-Achse

Abbildungsmatrix für eine Spiegelung an der y-Achse:

$$Y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Lineare Abbildung: Punktspiegelung am Ursprung

Abbildungsmatrix für eine Spiegelung am Ursprung:

$$U = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{(= Spiegelung an } x\text{- und } y\text{-Achse)}$$

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Lineare Abbildung: Rotation um Winkel φ

Abbildungsmatrix für eine Rotation um den Winkel φ:

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad \text{(im Uhrzeigersinn!)}$$

Beispiel: Drehe um 90° (im Uhrzeigersinn)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Lineare Abbildung: Rotation um Winkel φ

Abbildungsmatrix für eine Rotation um den Winkel φ:

$$\begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad \text{(im Gegen-Uhrzeigersinn!)}$$

Beispiel: Drehe um 90° (im Gegen-Uhrzeigersinn)

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Lineare Abbildungen kombinieren

Matrizen in umgekehrter Reihenfolge multiplizieren!

Beispiel: $(0,-1)^T$ zuerst an x-Achse spiegeln, danach noch im Uhrzeigersinn um 90° drehen: $\rightarrow$ Abb.matrix $R \cdot X$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lineare Abbildung: Rotation um x-Achse

Abb.matrix für eine Rotation (um φ) um die x-Achse:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad \text{(im Uhrzeigersinn!)}$$

Beispiel: Drehe um 90° (im Uhrzeigersinn) um x-Achse

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Lineare Abbildung: Rotation um x-Achse

Abb.matrix für eine Rotation (um φ) um die x-Achse:

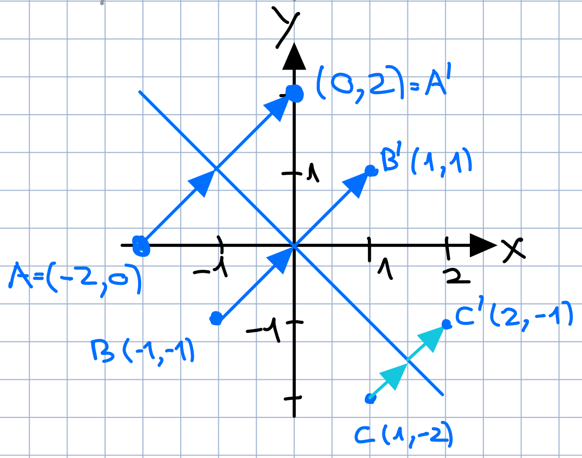
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad \text{(im Gegen-Uhrzeigersinn!)}$$

Beispiel: Drehe um 90° (im GUS) um x-Achse

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Spiegeln an der Geraden $y=-x$

$y = m \cdot x + q = -1 \cdot x + 0$



$\Rightarrow$ x- und y-Wert werden vertauscht und ändern (beide) das Vorzeichen:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \cdot x - 1 \cdot y \\ -1 \cdot x + 0 \cdot y \end{pmatrix}}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$