Vorarbeit - Vektorgeometrie Grundlagen

HS12 - Aufgabe 2:

Wie lautet die Gleichung der Ebene, welche durch die drei Punkte A(0,0,1), B(0,1,0) und C(1,0,0) geht?

Lösung: $x + y + z - 1 = 0$

Rep-HS15 - Aufgabe 1h) :

Die Vektoren $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ seien definiert als $\vec{e}_1 := (5, 0, 0)$ und $\vec{e}_2 := (0, 2, 3)$. Welchen Vektor erhält man, wenn man das Kreuzprodukt von $\vec{e}_1$ und $\vec{e}_2$ bildet und den resultierenden Vektor noch um den Faktor 3 streckt?

Lösung: $(0,\ -45,\ 30)^T$

HS17 - Aufgabe 2a): Gegeben seien neben Ursprung $O(0, 0, 0)$ auch die Punkte $A(1, 1, 1)$ und $B(0, 2, 0)$. Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{OA}$ und $\vec{OB}$.

Lösung: a) $\varphi = \arccos(1/\sqrt{3})$

Rep-HS15 - Aufgabe 2 :

a) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks mit den Eckpunkten (0,0,1), (0,1,0), (0,0,3).

b) Geben Sie die Cosinus' der drei Winkel des Dreiecks an (kürzen soweit möglich).

Lösung: a) 1 b) in (0,0,1): $\cos(\alpha) = \frac{-\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

in (0,1,0): $\cos(\beta) = \frac{4}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ in (0,0,3): $\cos(\gamma) = \frac{3}{\sqrt{10}}$

HS15 - 1-Minuten Fragen :

b) Sie haben 2 Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. Beschreiben Sie in natürlicher Sprache, in welchen Fällen das Skalarprodukt 0 ist.

c) Folgt aus $\vec{a}\vec{b} = \vec{a}\vec{c}$ dass auch $\vec{b} = \vec{c}$? Wenn ja, beweisen Sie es, wenn nein, geben Sie ein einfaches Gegeneispiel an.

Lösung: b) wenn $\vec{a}$ oder $\vec{b}$ Nullvektoren sind; Oder $\vec{a} \perp \vec{b}$ (senkrecht)

c) Nein! (nicht wenn $\vec{a}$ der Nullvektor ist)

Rep-HS13 - Aufgabe 2: Wir legen durch die drei Punkte $(1, 0, 0), (0, 1, 0)$ und $(0, 0, 1)$ eine Ebene.

a) Machen Sie dazu eine Skizze und geben Sie einen Normalenvektor der Länge 1 zur Ebene an (Herleitung wegen schöner Zahlen und Skizze nicht nötig).

b) Geben Sie noch einen zweiten, anderen Normalenvektor der Länge 1 zur Ebene an.

c) Wie sieht die Ebenengleichung aus?

d) Welche Winkel hat die Ebene zur xy-Ebene? [Es ist nicht 45!; sie können den trigonometrischen Ausdruck stehen lasssen]

Lösung: a) $\vec{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^T$ b) $\vec{n}_2 = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}},\ -\frac{1}{\sqrt{3}},\ -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^T$

c) $x + y + z - 1 = 0$ d) $\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$