Weitere Kurvenintegral Aufgaben

Prüfung HS08 - Aufgabe 3:

Wir betrachten die Kurve $\mathcal{C}$ definiert durch

$$t \mapsto \vec{x}(t) := \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ -t\pi \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

a) Skizzieren Sie die Situation und prüfen Sie nach, ob die Vektoren $\dot{\vec{x}}(t)$ und $\ddot{\vec{x}}(t)$ aufeinander senkrecht stehen.

b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Tangente an $\mathcal{C}$ im Punkt $\vec{x}(\frac{1}{2}\pi)$ mit der x_1-x_2-Ebene.

c) Berechnen Sie $\oint_{\mathcal{C}} \vec{F}(\vec{x}) d\vec{x}$ für das Vektorfeld

$$\vec{F}(\vec{x}) = \vec{F}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_1 \\ x_1 \end{pmatrix}.$$

Lösung: a) Skalarprodukt = 0 (d.h. stehen senkrecht aufeinander). b) $(\frac{\pi}{2}/1/0)$ c) -2π.

Rep-HS15 - Aufgabe 5: Wir betrachten die durch

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 3\cos t \\ 3\sin t \\ at \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

definierte Schraubenlinie C, wobei a eine Konstante ist.

a) Wählen Sie a so, dass die Ganghöhe 2 wird und skizzieren Sie die Situation.

b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Tangenten an C im Punkt $\vec{x}(\pi/2)$ mit der xy-Ebene.

c) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_C \vec{F}(\vec{x}(t)) \cdot d\vec{x}$ für das Vektorfeld:

$$\vec{F}(\vec{x}) = F\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_1 \\ x_3 - 1 \end{pmatrix}.$$

Lösung: a) $a = \frac{1}{\pi}$ b) SP=$\left(\frac{3\pi}{2}, 3, 0\right)$ c) -18π