MathCourses

MAT182-PVK

Kursunterlagen

1-Minuten-Aufgaben
„Kurstag 1“
(HS20)

1-Minuten Fragen

Ableiten & Integrieren:

Rep-HS14 - Aufgabe 1f)

Leiten Sie $1/x$ mit der Quotientenregel ab - *hier* wollen wir die einzelnen Rechenschritte sehen! Sie dürfen $(1/x)' = -1/x^2$ nicht direkt benutzen.

Lösung: $\frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$

Rep-HS15 - Aufgabe 1d)

Leiten Sie mit Hilfe der Quotientenregel $\dfrac{x}{x^2},\ x > 0$ ab, ohne vorher zu kürzen.

Lösung: $\frac{1 \cdot x^2 - x \cdot 2x}{(x^2)^2} = -\frac{1}{x^2}$

HS12 - 1b):

Geben Sie die Menge aller Funktionen an, deren Ableitung x^2 ist.

Lösung: $\{\frac{1}{3}x^3 + C \mid C \in \mathbb{R}\}$

HS16 - Aufgabe 1i)

Bestimmen Sie $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{(x+1)^2}dx$.

Lösung: $\frac{1}{6}$

Diverses:

Rep-HS15 - Aufgabe 1e)

Eine Kugel wird derart vergrössert, dass sich das Volumen verachtfacht. Wie wächst dabei der Radius?

Lösung: verdoppelt

HS15 - Aufgabe 1a)

Eine Fläche in der Ebene wird um den Faktor 2 gestreckt; wie ändert sich der Flächeninhalt? Ein Körper im Raum wird um den Faktor 3 gestreckt; wie ändert sich das Volumen?

Lösung: Mal 4 und Mal 27

Rep-HS16 - Aufgabe 1d)

Ein chemischer Prozessablauf wird mit der Funktion $f(t) = 3t^2$ modelliert. Die Zeit t wird dabei anfänglich in Millisekunden angegeben. Wie sieht die Funktion aus, wenn wir die Zeit neu in Sekunden angeben wollen?

Lösung: $f_1(t) = 3 \cdot 10^6 t^2$

Vereinfachen & Umformen:

Rep-HS13 - Aufgabe 1b)

Sei $x > 0$. Berechnen Sie

$$\frac{e^{2\ln\sqrt{x}+1}}{x},$$

es ergibt eine reelle Zahl.

Lösung: e

Rep-HS14 - Aufgabe 1b)

Berechnen Sie

$$\frac{\ln(\log_{10}(10^e)e^2)}{3}.$$

Lösung: 1

Rep-HS15 - Aufgabe 1a)

Berechnen Sie

$$e^{\ln(2^{\log_2 3})}$$

Lösung: 3

HS16 - Aufgabe 1b)

Berechnen Sie

$$\log\left(3^{[e^{\ln x^2}-e^{2\ln x}]}\right).$$

Lösung: 0

Rep-HS12 - 1b):

Zwei der folgenden vier Ausdrücke $\ln(a+b)$, $\ln(ab)$, e^{a+b}, e^{ab} kann man sinnvoll umformen.

Welche und wie?

Lösung: $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ und $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$

Rep-HS14 - Aufgabe 1h)

Der Zusammenhang zwischen den x-Werten und den y-Werten eines Datensatzes wird in einem doppelt-logarithmischen Masstab aufgezeichnet. Es ergibt sich eine Gerade.

Wie ist der ursprüngliche Zusammenhang zwischen x und y?

Lösung: $y = x^a \cdot e^b$

HS14 - Aufgabe 1e)

Zweidimensionale Daten wurde je logarithmiert (doppelt-logarithmische Transformation).

Mit $u := \ln x$ und $v := \ln y$ wurde dann nach einem bestimmten Verfahren eine Gerade angepasst; es ergab sich $v = 3u + 2$.

Wie ist dann der explizite Zusammenhang zwischen x und y (Rücktransformation in der Form $y = \ldots$)?

Lösung: $y = e^2 x^3$

HS15 - Aufgabe 1f)

Bei zweidimensionalen Daten (x, y) wurden die y-Werte logarithmiert (einfach oder halb)-logarithmische Transformation). Mit $v := \ln y$ wurde dann nach einem bestimmten Verfahren eine Gerade angepasst; es ergab sich

$v = 3x + 2.$

Wie ist dann der explizite Zusammenhang zwischen x und y (Rücktransformation in der Form $y = \ldots$)?

Lösung: $y = e^{3x+2}$

Kurvendiskussion:

HS13 - Aufgabe 1g)

Zeigen Sie: wenn $f(x)$ und $[f(x)]^2$ beide bei x_0 einen Wendepunkt haben, dann ist $f'(x_0) = 0$.

Lösung: $([f(x)]^2)'' = \ldots = 2\underbrace{f''(x)}_{=0}f(x) + 2f'(x)^2 = 0 \;\Rightarrow\; f'(x) = 0$

HS14 - Aufgabe 1g)

Seppli untersucht die Funktion x^3. Er leitet Sie ab und setzt die Ableitung gleich 0. Die Lösung der Gleichung ist dann 0. Er schliesst, dass x^3 bei $x = 0$ eine Extremalstelle hat. Kommentieren Sie sein Vorgehen.

Lösung: $f' = 0$ ist notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für Extrema.

(Graph zeichnen $\rightarrow$ $x = 0$ ist Sattelpunkt)

HS14 - Aufgabe 1h)

Trudi untersucht die Funktion x^4. Sie leitet Sie ab und setzt die Ableitung gleich 0. Die Lösung der Gleichung ist dann 0. Dann leitet sie nochmals ab und stellt leider fest, dass die Ableitung in 0 selber 0 ist. Trudi schliesst, dass x^4 bei 0 keine Extremalstelle hat. Kommentieren Sie ihr Vorgehen.

Lösung: $f'' \neq 0$ ist hinreichende aber nicht notwendige Bedingung.

(Graph zeichnen $\rightarrow$ $x = 0$ ist Minimum)

stetig / diffbar:

HS12 - 1a):

Geben Sie ein Beispiel einer Funktion an, welche zwar stetig, aber nicht (überall) differenzierbar ist (Skizze oder Funktion angeben).

Lösung: Bsp: $f(x) = |x|$ bei $x = 0$ nicht diffbar

Rep12 - 1d):

Wir betrachten die Funktion $f(x) = \sin(x)e^{|x-1|}$.
Ist die Funktion an der Stelle $x = 1$ stetig? Ist sie dort differenzierbar?

Lösung: stetig aber nicht diff'bar bei $x = 1$

Rep-HS16 - Aufgabe 1e)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x) := |x|e^{|x|}$ auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit im Punkt 0.

Lösung: stetig aber nicht diff'bar

HS14 - Aufgabe 1f)

Kann es eine Funktion geben, welche stetig ist aber an keiner einzigen Stelle differenzierbar? Wenn nein, beweisen Sie es; wenn ja: nennen Sie uns eine solche Funktion?

Lösung: brownsche Bewegung

Rep-HS16 - Aufgabe 1a)

Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $\sin(x)$ stetig ist. Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $\sin(x)$ differenzierbar ist.

Lösung: $\mathbb{R}$ und $\mathbb{R}$

Rep-HS16 - Aufgabe 1b)

Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $\sin^2(x)$ stetig ist. Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $\sin^2(x)$ differenzierbar ist.

Lösung: $\mathbb{R}$ und $\mathbb{R}$