Bern Statistik 2

(Gatto)

Update

“Fragestunde 1“

Ziele / Programm

1) gewünschte Übungsaufgaben anschauen/erklären

2) Fragen zur Vorlesung / Verständnis-Wünsche

3) Zusatz-Verständis-Fragen durcharbeiten

4) Individuelle Fragen / Probleme (vom üben)

MathCourses

www.mathcourses.ch/bern_statistik.html

Aufgabe: (Richtig / falsch - Fragen zu Konfidenzintervallen)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

a) Das Intervall $[\hat{\mu} \pm t_{n-1;0.95}\hat{\sigma}/\sqrt{n}]$ ist ein Student-Konfidenzintervall für einen Erwartungswert μ mit Konfidenzniveau 95%.

b) Die Student-Verteilung ist rechtsschief.

c) Die Stichprobenvarianz ist genau dann Null, wenn alle Beobachtungen denselben Wert haben.

d) Für gegebene α und n ist die untere $(1-\alpha)$ Student-Konfidenzschranke für einen Mittelwert μ immer grösser als die untere Grenze des $(1-\alpha)$-Konfidenzintervalls.

e) Ein Experiment liefert ein Konfidenzintervall $[0.5, 3]$ für einen Mittelwert μ.
Wenn sich der Stichprobenmittelwert $\hat{\mu}$ im Intervall befindet, dann ist μ signifikant von Null verschieden.

f) Je grösser der Stichprobenumfang n, umso kleiner wird in der Regel dei Stichprobenabweichng $\hat{\sigma}$.

g) Gegeben ist das Konfidenzintervall $[\hat{\mu} \pm t_{n-1;0.975}\hat{\sigma}/\sqrt{n}]$. Je grösser n, umso näher liegt die tatsächliche Sicherheit, dass sich μ im Intervall befindet, bei $1-\alpha$.

h) Aus einer Population wird eine Stichprobe mit $n = 50$ eines normalverteilten Merkmals gezogen, woraus der Punktschätzer $\hat{\mu}$ resultiert. Angenommen, wir kennen den genauen Wert von σ, dann liegt die Wahrscheinlichkeit, dass das Konfidenzintervall $[\hat{\mu} \pm t_{49;0.95}\frac{\sigma}{\sqrt{50}}]$ den Wert μ abdeckt, bei mindestens 90%.

i) Wir möchten das Konfidenzintervall für $\hat{\mu}$ berechnen. Die Daten sind normalverteilt und σ ist nicht bekannt.
In diesem Fall verwenden wir für den kritischen Wert die Tabelle der passenden t-Verteilung.

j) Die Standardabweichung in einer Grundgesamtheit $X_1, \ldots, X_N$ wird mit der folgenden Formel berechnet:
$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N-1}}$.

MathCourses

www.mathcourses.ch/bern_statistik.html

Aufgabe: (Richtig / falsch - Fragen zu Konfidenzintervallen)

Für die mittlere Anzahl θ von Kraftfahrzeugen pro Haushalt ergab eine umfangreiche Studie den Schätzwert $\hat{\theta} = 0.92$ und den Standardfehler $\hat{\tau} = 0.04$ für $\hat{\theta}$. Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

a) Man kann mit einer Sicherheit von ca. $1 - \alpha/2$ behaupten, dass der unbekannte Parameter θ grösser oder gleich $0.92 - \Phi^{-1}(1 - \alpha/2)0.04$ ist.

b) $(\hat{\theta} - \theta)/\hat{\tau}$ ist exakt nach $N(0.1)$ verteilt.

c) Wenn $\hat{\theta}$ aus einer Befragung von n Haushalten geschätzt wurde, können wir mit einer Sicherheit von $1 - \alpha$ sagen, dass θ im intervall

$$[0.92 \pm \Phi^{-1}(1 - \alpha/2)/\sqrt{n}]$$

liegt.

d) Mit einer Sicherheit von ca. 99% ist der unbekannte Parameter θ nicht grösser als 0.827.

e) Man kann mit einer Sicherheit von ca. 95% behaupten, dass der unbekannte Parameter θ im Intervall $[0.8542, 0.9858]$ liegt.

f) Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% ist θ grösser oder gleich 1.

g) Mit einer Sicherheit von ca. 98% ist

$$\theta \in [\hat{\theta} \pm \Phi^{-1}(0.98)\hat{\tau}].$$

h) $a = 0.8687$ ist die untere Konfidenzschranke für θ zum Niveau ca. 90%.

i) Man kann mit einer Sicherheit von ca. 99% behaupten, dass der unbekannte Parameter θ im Intervall $[0.817, 1.023]$ liegt.

j) Ca. 90% aller Haushalte verfügben über mindestens $\hat{\theta} - \Phi^{-1}(0.90)\hat{\tau}$ Kraftfahrzeuge.

MathCourses

www.mathcourses.ch/bern_statistik.html

Aufgabe: (Richtig / falsch - Fragen zu Quantile und Verwandtes)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

a) Für 20 Beobachtungen $X_1, \dots, X_{20}$ ist $\tilde{q}_{0.5} := 0.25 \cdot X_{(10)} + 0.75 \cdot X_{(11)}$ ein Stichprobenmedian.

b) Für unabhängige und identisch verteilte Beobachtungen $X_1, \dots, X_n$ ist das Stichprobenmaximum $X_{(n)}$ mit Wahrscheinlichkeit mindestens $1 - 2^{-n}$ grösser oder gleich dem (wahren) Median $q_{0.5}$.

c) Das Stichprobenquantil $\hat{q}_\gamma$ befindet sich in der Mitte des entsprechenden Konfidenzintervalls $[X_{(k)}, X_{(l)}]$ für q_γ.

d) Das 99%-Konfidenzintervall für das Medianeinkommen unter einer bestimmten Bevölkerungsgruppe betrage $[3200, 3450]$ Franken pro Monat. Wir können also mit einer Sicherheit von 99% sagen, dass mindestens 50% der Personen in dieser Bevölkerungsgruppe weniger als 3200 Franken pro Monat verdienen.

e) Gegeben sei eine Stichprobe von 100 unabhängigen Beobachtungen mit Verteilung P. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Beobachtung kleiner als das 1%-Quantil $q_{0.01}$ von P ist, beträgt höchstens 0.01.

f) Zur Konstruktion von Konfidenzbereichen für q_γ bedarf es keiner spezifischer Annahmen (bspw. Stetigkeit) an die Verteilungsfunktion F.

g) Einkommen sind in der Regel rechtsschief verteilt. Deshalb macht es Sinn, anstelle des Medians den Mittelwert als Kenngrösse für das mittlere Einkommen in einer Population zu betrachten.

h) Für unabhängige, identisch verteilte Beobachtungen $X_1, X_2, \dots, X_5$ mit unbekanntem Median $q_{0.5}$ gilt: Mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.9375 ist $X_{(1)} \leq q_{0.5} \leq X_{(5)}$.